

1. 다음 중 분수 $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)로 나타낼 수 없는 수를 고르면?

① -7

② $\frac{23}{81}$

③ 11

④ π

⑤ $1.3252525\cdots$

해설

분수 $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)로 나타낼 수 없는 수는 순환하지 않는 무한소수이다.

2. 다음 <보기>에서 유한소수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 3.65	㉡ 0.38888...
㉢ 0.325	㉣ $\frac{3}{8}$
㉤ 1.010010001...	㉥ $\frac{4}{9}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

유한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수이므로
㉠ 3.65 ㉢ 0.325 ㉣ $\frac{3}{8}$ 이 해당된다.

3. 분수 $\frac{7}{2 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 있을 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

분모가 소인수 2와 5로만 이루어진 수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 $2 \times 2 = 4$, 5 , $2 \times 2 \times 2 = 8$ 은 올 수 있고,
 2×3 즉, 6은 x 값이 될 수 없다.
7은 유한소수가 불가능하지만, 분자에 7이 있으므로 약분되어 가능하다.

4. $x = \frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)이고 x 는 무한소수가 아니다. 다음 중 x 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $1.20\dot{4}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{4}{99}$ ⑤ 0.63

해설

x 는 분수로 나타낼 수 있는 수이므로 유리수이고, 무한소수가 아니므로 구하는 x 의 값은 유한소수이다.

5. $\frac{51}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 636

② 6362

③ 60

④ 63

⑤ 620

해설

$$\frac{51}{11} = 4.\dot{6}3$$

6. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳은 것은?

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}\dot{3}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}6\dot{0}$

④ $2.020202\cdots = \dot{2}.0$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

해설

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}$

④ $2.020202\cdots = 2.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

7. 자연수 a 에 대하여 분수 $\frac{7}{18a}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{7}{18a}$ 가 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 36 이 되어야 한다.

$$\frac{7}{18a} = \frac{7}{36} = 0.19\dot{4}$$

따라서 a 의 최솟값은 2

8. 순환소수 $1.\dot{2}9$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 그 분수의 역수는?

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{10}{13}$ ⑤ $\frac{90}{129}$

해설

$$1.\dot{2}9 = \frac{129 - 12}{90} = \frac{117}{90} = \frac{13}{10}$$

9. 다음 중 가장 큰 수는?

① $5.\dot{2}7\dot{4}$

② $5.27\dot{4}$

③ $5.\dot{2}\dot{7}\dot{4}$

④ 5.274

⑤ $5.27\dot{4}0$

해설

① $5.\dot{2}7\dot{4} = 5.274274\cdots$

② $5.27\dot{4} = 5.27444\cdots$

③ $5.\dot{2}\dot{7}\dot{4} = 5.27474\cdots$

④ 5.274

⑤ $5.27\dot{4}0 = 5.274040\cdots$

이므로 ③ > ② > ① > ⑤ > ④이다.

10. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5²이다.

∴ A + B = 50

11. 다음 두 조건을 모두 만족하는 자연수 a 의 값들의 합을 구하면?

(가) $1 < a < 10$

(나) $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수이다.

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$\frac{1}{a}$ 이 유한소수가 되려면, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.
 $1 < a < 10$ 조건을 만족해야 하므로 $a = 2, 4, 5, 8$ 이 된다.
따라서, 자연수 a 의 값들의 합은 19가 된다.

12. 분수 $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수가 된다고 할 때, 다음 중에서 x 가 될 수 없는 것을 모두 찾아라.

2, 4, 6, 8, 10, 12

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

x 가 2, $4 = 2^2$, $10 = 2 \times 5$ 일 경우 유한소수가 된다.

13. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\begin{aligned}\frac{22}{111} &= 0.\dot{1}9\dot{8} \\ x &= 198 \\ \frac{7}{3} &= 2.\dot{3} \\ y &= 3 \\ \therefore x + y &= 201\end{aligned}$$

14. 순환소수 $0.7\overline{152}$ 의 소수점 아래 46번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$0.7\overline{152}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $46 - 1 = 3 \times 15$ 이므로 소수점 아래 46번째 자리의 숫자는 2이다.

15. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.214285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

16. $x = 2\frac{1}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{53}{90}$ ② $\frac{12}{45}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$x = \frac{21}{9}$$

$$(\text{준식}) = x + \frac{1}{\frac{1}{1-x}}$$

$$= x + \frac{x}{1-x}$$

$$= \frac{21}{9} + \frac{9}{1-\frac{21}{9}}$$

$$= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36}$$

$$= \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

17. 순환소수 $x = 1.1\dot{2}5\dot{7}$ 을 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 계산식은?

- ① $10x - x$ ② $100x - x$ ③ $1000x - 10x$
④ $10000x - 10x$ ⑤ $10000x - 100x$

해설

$$\begin{array}{r} 10000x=11257.257257\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 11.257257\cdots \\ \hline 9990x=11246 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{11246}{9990} = \frac{5623}{4995}$$

18. 다음 순환소수 $0.\dot{3}6\dot{4}$ 를 분수로 나타내는 다음 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned}x &= 0.\dot{3}6\dot{4} \quad \dots \textcircled{1} \text{라 하고} \\ 1000 \times \textcircled{1} - 10 \times \textcircled{1} \text{하면} \\ 990x &= [\quad \textcircled{\hspace{1cm}} \quad] \\ \therefore x &= [\quad \textcircled{\hspace{1cm}} \quad]\end{aligned}$$

- ㉠ $61, \frac{61}{990}$

㉡ $64, \frac{32}{495}$

㉢ $361, \frac{361}{990}$
- ㉣ $364, \frac{182}{450}$

㉤ $367, \frac{367}{990}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 0.\dot{3}6\dot{4} \quad \dots \textcircled{1} \text{라 하고} \\ 1000 \times \textcircled{1} - 10 \times \textcircled{1} \text{하면} \\ 990x &= 361 \\ \therefore x &= \frac{361}{990}\end{aligned}$$

19. $x = 0.1\bar{6}$ 일 때, $x - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{42}$

해설

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{6} - \frac{1}{1+6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

20. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

- ① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$
- ② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}0$
- ③ $0.5 > 0.4\dot{9}$
- ④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$
- ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

- ① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$
- ② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$
- ③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$
- ④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$
- ⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

21. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 순환소수는 무한소수이다.
- ㉡ 0 은 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉢ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.
- ㉣ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
- ㉤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

- ㉡ $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \dots$ 등 분수로 표현할 수 있다.
- ㉣ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\dots$
- ㉤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

22. 분수 $\frac{8}{7}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 447

해설

$\frac{8}{7} = 1.\dot{1}4285\dot{7}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 $(1+4+2+8+5+7) \times 16 + (1+4+2+8) = 447$

23. $0.\dot{a}b\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.64\dot{5}$ 이므로
 $a = 6, b = 4, c = 5$ 이다.
 $\therefore a + b + c = 15$

24. 부등식 $3.9 < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

25. $0.\dot{a}\dot{b}, 0.\dot{b}\dot{a}$ 인 두 수의 합이 $0.\dot{2}$ 이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단, $a > b \geq 0$)

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} &= \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99} \\ &= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a+b=2 \therefore a=2, b=0$$

$$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}\dot{8}$$

따라서 순환마디는 18 이다.

26. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 2 자리

해설

$$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$$

27. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9 의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$

28. 분수 $\frac{11}{2^3 \times x}$ 는 유한소수이다. 두 자리 자연수 x 의 최댓값을 a 라 하고
최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

x 는 $2^a \times 5^b$ 또는 $2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴이다.

$x = 2^a \times 5^b$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80		
5^2	25	50					

$x = 2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	11	22	44	88			
5^1	55						
5^2							

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 88 이고 가장 작은 두 자리의
자연수는 10 이다.

$\therefore a - b = 78$

29. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

30. $a \odot b$ 를 $\begin{cases} a \neq b \text{이면 } 1 \\ a = b \text{이면 } 0 \end{cases}$ 이라 할 때, $a = 0.2\dot{9}$, $b = \frac{1}{45}$, $c = \frac{3}{10}$, $d = 0.\dot{0}2$ 에 대하여 $(a \odot c) \odot (b \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$a = c = \frac{3}{10}, b = \frac{1}{45} \neq d = \frac{2}{99}$$

$$(a \odot c) \odot (b \odot d) = 0 \odot 1 = 1$$