

1. 다음을 만족하는  $a, b$  의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

- ①  $a = 25, b = 1$                       ②  $a = 25, b = 2$   
③  $a = 125, b = 1$                     ④  $a = 125, b = 2$   
⑤  $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$  이므로  $a = 125, b = 2$  이다.

2. 다음 중 소수는?

- ① 33      ② 63      ③ 57      ④ 77      ⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.  
따라서 소수는 101 이다.

3. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 않은 것은?

①  $36 = 2^2 \times 3^2$

②  $60 = 3 \times 4 \times 5$

③  $98 = 2 \times 7^2$

④  $105 = 3 \times 5 \times 7$

⑤  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

②  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$



5.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3      ② 5      ③  $3 \times 5$       ④  $5^2$       ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

6. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명    ② 14 명    ③ 12 명    ④ 6 명    ⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

7. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답:                      cm

▷ 정답: 16 cm

**해설**

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는  $48 = 2^4 \times 3$ ,  $64 = 2^6$ ,  $80 = 2^4 \times 5$  의 최대공약수  $2^4 = 16$ (cm)

8. 두 수  $2^2 \times 3 \times 5$  와  $2^a \times 3^b \times c$  의 최소공배수가  $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$  일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 13      ② 12      ③ 10      ④ 8      ⑤ 7

해설

최소공배수가  $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$  이므로  
 $2^a = 2^3$ ,  $3^b = 3^3$ ,  $c = 7$ 이다.  
 $\therefore a = 3$ ,  $b = 3$ ,  $c = 7$ 에서  $a + b + c = 13$

9. 두 자연수  $a, b$  의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중  $a, b$  의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 46

▷ 정답 : 92

▷ 정답 : 138

▷ 정답 : 184

해설

최소공배수가 46 일 때,  $a, b$  의 공배수는 46 의 배수이다.  
따라서 46, 92, 138, 184 이다.

10. 어떤 수와 28의 최대공약수는 14이고 최소공배수는 84일 때, 어떤 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

$$\begin{aligned}(\text{어떤수}) \times 28 &= 14 \times 84 \\ \therefore (\text{어떤수}) &= 42\end{aligned}$$

11. 어떤 수를 6으로 나누었더니 몫이 3이고 나머지가 3이었다. 이 수를 5로 나누었을 때의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

어떤 수를  $A$ 라 하면  $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$  이므로 몫이 4, 나머지가 1이다.  
따라서  $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

12.  $n$  이 자연수일 때,  $\frac{18}{n}$  도 자연수가 된다. 이러한  $n$  의 값의 합은?

- ① 20      ② 21      ③ 33      ④ 39      ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.  
따라서  $n$  의 값의 합은  $1+2+3+6+9+18=39$

13. 216 을 소인수분해하면  $2^a \times b^c$  이다. 이때,  $a+b+c$  의 값은?

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

14. 80 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$80 = 2^4 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

15.  $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

$a$ 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로  $5^2 = 25$

16. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는  
1, 5, 7, 11, 13  
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

17. 서로 다른 세 수  $48, 72, a$ 의 최대공약수가 24일 때,  $a$ 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 고르면?

- ① 24      ② 36      ③ 56      ④ 60      ⑤ 96

해설

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 48 \ 72 \ a} \\ \underline{2 \ 3 \ \square} \end{array}$$

$48, 72, a$ 를 24로 나눈 몫이 각각 2, 3,  $\square$ 이고, 최대공약수가 24가 된다. 즉,  $\square$ 는 24의 배수가 되는 두 자리 자연수를 만족하여야 한다.  $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 4 이고  $a$ 의 값은 24, 96 이 된다.

18. 세 자연수  $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^4 \times 3^2 \times 7$  의 공약수가 아닌 것은?

① 1

②  $2^3 \times 3$

③ 18

④  $2^3 \times 3 \times 5$

⑤  $2^2 \times 3^2$

해설

공약수는 최대공약수의 약수, 최대공약수를 구하면  $2^3 \times 3^2$  따라서 ④  $2^3 \times 3 \times 5$  는 공약수가 아니다.

19. 두 수  $2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 최소공배수는?

- ①  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$     ②  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$     ③  $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$   
④  $2^3 \times 3^2$             ⑤  $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 5$   
최소공배수:  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$  이다.

20.  $2^2 \times 3 \times 5$ ,  $2 \times 3^2 \times 5$  의 공배수가 아닌 것은?

- ①  $2^3 \times 3^2 \times 5$       ②  $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$       ③  $2^3 \times 3 \times 5$   
④  $2^2 \times 3^2 \times 5$       ⑤  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ ,  $2 \times 3^2 \times 5$  의 공배수는 두 수의 최소공배수인  $2^2 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.

21. 세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 28      ② 48      ③ 56      ④ 70      ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이므로 세 자연수는 각각  $3 \times a$ ,  $4 \times a$ ,  $6 \times a$  로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$  으로 나타낼 수 있으므로  $a = 8$  이다.

따라서 세 자연수는 각각  $24 = 3 \times 8$ ,  $32 = 4 \times 8$ ,  $48 = 6 \times 8$  이다.

22. 두 자리의 자연수  $A, B$  의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120 일 때, 이 두 수의 합은?

- ① 8      ② 15      ③ 16      ④ 64      ⑤ 128

해설

$A = 8a, B = 8b$  ( $a, b$ 는 서로소)로 놓으면,  
 $120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b \therefore a \times b = 15$   
 $A, B$ 가 두 자리 자연수이므로  
 $a = 3, b = 5$  또는  $a = 5, b = 3$  이다.  
어느 경우든 두 수는 24, 40 이므로 그 합은 64 이다.

23. 두 분수  $\frac{1}{8}$  과  $\frac{1}{12}$  의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                      개

▷ 정답: 4 개

**해설**

두 분수가 자연수가 되려면,  $n$  은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.  
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.  
 $n$  의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.  
따라서 100 미만의 자연수이므로 24, 48, 72, 96 이고 4 개이다.

24. 720의 약수가 아닌 것은?

①  $2^3 \times 3 \times 5$       ②  $2 \times 5$       ③  $3^2 \times 5$

④  $2^4 \times 3^3$       ⑤  $2 \times 3^2$

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는  $(2^4$ 의 약수) $\times(3^2$ 의 약수) $\times(5$ 의 약수)이다.

25. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

①  $2^2 \times 3^3$

② 24

③  $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤  $3^4 \times 7^3$

해설

①  $(2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

②  $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$  (개)

③  $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$  (개)

④  $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

⑤  $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$  (개)

26. 두 자연수  $a, b$  에 대하여  $2 \times 5^a \times 11^b$  의 약수가 12 개일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1=2, b+1=3 \text{ 또는 } a+1=3, b+1=2$$

$$a=1, b=2 \text{ 또는 } a=2, b=1$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$



28. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답:                      cm

▶ 정답: 192 cm

**해설**

정사각형의 한 변의 길이는 12와 16의 공배수 중 200보다 작은 자연수이다. 12와 16의 최소공배수는 48이고, 48의 배수 중 200보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

29. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

- ① 116    ② 117    ③ 118    ④ 119    ⑤ 120

해설

구하는 수를  $x$  라 하면  $(x+1)$  은 6, 5, 4의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \ 5 \ 4} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는  $60 \times 2 = 120$  이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

30. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:                    개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개  
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개  
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개  
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는  
 $33 + 25 - 8 = 50$ 개  
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는  
 $100 - 50 = 50$ 개

31. 일곱 자리 수  $1706xy2$  가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때,  $x+y$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 11

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 세 자리가 000 또는 8 의 배수이고,  
어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.  
 $1706xy2$  가 8 의 배수가 되려면  $xy2$  가 8 의 배수이어야 한다.  
 $1+7+0+6+x+y+2$  가 9 의 배수가 되려면  $x+y$  가 2, 11 이어야 한다.  
두 조건으로 순서쌍  $(x,y)$  를 구해 보면,  
 $\therefore (x,y) = (1,1), (4,7), (8,3)$   
 $\therefore x+y = 2, 11$

32. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

**해설**

- ① 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8개이다.
- ⑤ 소수  $a$ 의 제곱은 항상 세 개의 약수( $1, a, a^2$ )를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

33. 어떤 수  $a$ 로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가  $b$ 로 같을 때,  $a, b$ 의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

214, 916, 151, 448을  $a$ 로 나눈 몫을  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ 라 할 때  
 $214 = aQ_1 - b,$   
 $916 = aQ_2 - b,$   
 $151 = aQ_3 - b,$   
 $448 = aQ_4 - b$ 이다.  
 $214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3)$ 이므로  
63은  $a$ 로 나누어 떨어진다.  
마찬가지의 방법으로 두 수의 차  
 $916 - 214, 448 - 214, \dots$ 는  $a$ 로 나누어 떨어진다.  
63, 234, 297, 468, 702, 765의 최대공약수는 9이므로  
가능한  $a$ 는 3, 9이다.  $a = 3$ 일 때,  $b = 1$   
 $a = 9$ 일 때,  $b = 7$   
 $(a, b)$ 의 순서쌍은 (3, 1), (9, 7)로 2개이다.