1. 다음 중 완전제곱식이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $x^2-12x+48$	㉡ $x^2+8x+16$
㉢ $x^2+\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}$	㉣ $x^2+14xy+45y^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ $(x+4)^2$

㉢ $\left(x+\frac{1}{5}\right)^2$

2. $\sqrt{a^2+4a+4}-\sqrt{a^2-4a+4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다. 이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은?

① $a<-2$　② $a>2$　③ $0<a<2$

④ $-2<a<0$　⑤ $-2<a<2$

해설

$\sqrt{a^2+4a+4}-\sqrt{a^2-4a+4}$

$=\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$

$=|a+2|-|a-2|=2a$

이 식이 성립하려면 $a+2>0$, $a-2<0$ 이어야 한다.

$\therefore\ -2<a<2$

3. $x^2-4x-A=(x+5)(x-B)$ 로 인수분해 된다. $A-B$ 의 값을 구하면?

① -36 ② -54 ③ 36 ④ 54 ⑤ 64

해설

$$\begin{aligned} x^2-4x-A &= (x+5)(x-B) \\ &= x^2-Bx+5x-5B \\ &= x^2+(5-B)x-5B \end{aligned}$$

$5-B=-4,\ 5B=A$

$\therefore B=9,\ A=45$

$\therefore\ A-B=45-9=36$

4. $6x^2+7x-3=(2x+a)(3x+b)$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$6x^2+7x-3=(2x+3)(3x-1)$
$a=3,\ b=-1$
$\therefore\ a-b=4$

5. $x^2 - 4x + 3$과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x - 3$

해설

$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$
$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$

6. $x+3$ 이 x^2-x+a 의 인수일 때, a 의 값은?

① -12 ② -6 ③ -3 ④ 4 ⑤ 12

해설

$x+3$ 이 x^2-x+a 의 인수이므로 $x^2-x+a=(x+3)(x+\square)$ 로 인수분해 된다.
양변에 $x+3=0$ 으로 하는 x 값 -3 을 대입하면
$(-3)^2-(-3)+a=0$
$\therefore a=-12$

7. 직사각형의 넓이가 $3a^2 + a - 10$ 이고 가로의 길이가 $a + 2$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $3a + 5$ ② $-3a + 5$ ③ $-3a + 3$

④ $3a - 5$ ⑤ $2a + 5$

해설

$3a^2 + a - 10 = (a+2)(3a-5)$ 이므로 세로의 길이는 $3a - 5$ 이다.

8. $x-y-3=0$ 일 때, $x^2-2xy+y^2-5x+5y+1$ 의 값은?

① -7　② -5　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$x-y=3$이므로

$(x-y)^2-5(x-y)+1=3^2-5\times3+1$

$=9-15+1=-5$

9. 두 식 $a^2b+ab-a-1$, $a^2-ab+a-b$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+1$

해설

$$\begin{aligned} a^2b+ab-a-1 &= ab(a+1)-(a+1) \\ &= (a+1)(ab-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2-ab+a-b &= a(a-b)+(a-b) \\ &= (a-b)(a+1) \end{aligned}$$

10. 다음 보기의 식을 인수분해 하였을 때, 빈 칸에 들어갈 값이 다른 것을 골라라.

보기

㉠ $2x^2+4x+2=2(x+\square)^2$

㉡ $x^2-6x+9=(\square x-3)^2$

㉢ $3x^2+6x-9=3(x+3)(x-\square)$

㉣ $6x^2-x-1=(2x-\square)(3x+1)$

㉤ $x^2-7x+10=(x-5)(x-\square)$

▶ 답:

▷ 정답: ㉤

해설

㉠,㉡,㉢,㉣은 모두 1 이고 ㉤은 2 이다.

11. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

> (1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
> (2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
$\therefore a=3,\ b=2,\ c=4$
$\therefore\ a+b+c=9$

12. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2+3x+6)^2$　② $(x^2+3x-1)^2$　③ $(x^2-3x+3)^2$

④ $(x^2-5x+3)^2$　⑤ $(x^2+3x+1)^2$

해설

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$

$x^2+3x=\mathrm{A}$ 라 하면

$\mathrm{A}(\mathrm{A}+2)+1 = \mathrm{A}^2+2\mathrm{A}+1=(\mathrm{A}+1)^2$

$=(x^2+3x+1)^2$

13. 다음 중 $x^3+y-x-x^2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① x^2-y ② $x-y$ ③ $x-1$

④ $x+1$ ⑤ x^2-1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3-x+y-x^2y \\ &= x\left(x^2-1\right)-y\left(x^2-1\right) \\ &= (x-y)\left(x^2-1\right) \\ &= (x-y)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

14. $x^4 - 10x^2 + 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+3$ ③ x^2-1

④ $x+9$ ⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$(x^2-1)(x^2-9) = (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

15. 다항식 $x^2-4xy+3y^2-7x+5y-8$ 을 인수분해하면?

① $(x+3y-8)(x+y+1)$ ② $(x-3y+8)(x+y+1)$

③ $(x+3y-8)(x-y-1)$ ④ $(x-3y+2)(x-y+4)$

⑤ $(x-3y-8)(x-y+1)$

해설

$x^2-(4y+7)x+3y^2+5y-8$
$=x^2-(4y+7)x+(3y+8)(y-1)$
$=(x-3y-8)(x-y+1)$

16. $x = \sqrt{5} - 2,\ y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$
\begin{aligned}
& x^2 - xy - 2y^2 \\
&= (x - 2y)(x + y) \\
&= \left(\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4\right)\left(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2\right) \\
&= \left(-\sqrt{5} - 6\right) 2\sqrt{5} \\
&= -10 - 12\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

17. 다음 그림과 같이 반지름이 rm 인 원형의 연못 둘레에 폭이 am 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?

① $S = (r-a)\pi$
② $S = (a^2+r)\pi$
③ $S = a(r+3a)\pi$
④ $S = a(a+2r)\pi$
⑤ $S = (a+r)(a-r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a+r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a+r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a+r+r)(a+r-r) \\ &= a\pi(2r+a) \end{aligned}$$

18. $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]-[b,\ a,\ c]$를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$의 값은?

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}
&(a-b)(a-c)-(b-a)(b-c)\\
&=(a-b)(a-c)+(a-b)(b-c)\\
&=(a-b)\{(a-c)+(b-c)\}\\
&=(a-b)(a+b-2c)\\
&\therefore x+y+z+p+q+r\\
&=1+(-1)+0+1+1+(-2)=0
\end{aligned}$$

19. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. $\square$ 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
$= 2x(x-5)(\square)$

㉡ $(x+y)^2 + 3(x+y) + 2$ 에서 $\square$를 A 로 치환한다.

① $x-1,\ x-y$ ② $x-1,\ x+y$ ③ $x+1,\ x-y$
④ $x+1,\ x+y$ ⑤ $x,\ x+y$

해설

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
$= 2x(x-5)(x+1)$

20. $(x-2)\,x^2-3\,(x-2)\,x-10\,(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)\,(x-5)\,(x+2)$　② $(x-2)\,(x+5)\,(x+2)$

③ $(x-2)\,(x-5)\,(x+3)$　④ $(x-2)\,(x+5)\,(x-2)$

⑤ $(x-2)\,(x+5)\,(x-3)$

해설

$A=x-2$ 로 치환하면

$(x-2)\,x^2-3\,(x-2)\,x-10\,(x-2)$

$=Ax^2-3Ax-10A$

$=A(x^2-3x-10)$

$=A(x-5)(x+2)$

$=(x-2)(x-5)(x+2)$

21. 다음 식을 간단히 하여라.

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$
$=(2a-b+2a+b)(2a-b-2a-b)$
$=4a\times(-2b)$
$=-8ab$

22. $-9x^2+y^2+6xz-z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay-3x+z)(y+bx+cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$-9x^2+y^2+6xz-z^2$
$=y^2-(9x^2-6xz+z^2)$
$=y^2-(3x-z)^2$
$=\{y-(3x-z)\}\{y+(3x-z)\}$
$=(y-3x+z)(y+3x-z)$
$a=1,\ b=3,\ c=-1$
$\therefore a+b+c=3$

23. $x^2 - 10x + A = (x + B)^2$ 에서 A, B 에 맞는 수를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 25$

▷ 정답 : $B = -5$

해설

$$(x + B)^2 = x^2 + 2Bx + B^2$$
$$= x^2 - 10x + A$$

$2B = -10 \quad \therefore B = -5$

$B^2 = (-5)^2 = A \quad \therefore A = 25$

24. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x+\alpha)(x+\beta)$ 로 놓으면

$x^2 - (a+3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$a + 3 = -(\alpha+\beta)$ 에서 $a = -\alpha - \beta - 3$

$3a - 3 = \alpha\beta$ 에서 $a = \dfrac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\therefore\ -\alpha - \beta - 3 = \dfrac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$

$(\alpha+3)(\beta+3) = -3$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$(\alpha, \beta) = (-2, -6)\ (-4, 0)$

$\therefore\ a = -\alpha - \beta - 3$ 에서 $a = 1,\ 5$

25. $1^2-(1+2)^2+(2+3)^2-(3+4)^2+(4+5)^2-(5+6)^2+(6+7)^2-(7+8)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -128

해설

$1^2-(1+2)^2+(2+3)^2-(3+4)^2+(4+5)^2-(5+6)^2+(6+7)^2-(7+8)^2$

$=1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2$

$=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2)$

$=(1-3)(1+3)+(5-7)(5+7)$

$\quad+(9-11)(9+11)+(13-15)(13+15)$

$=-2(4+12+20+28)$

$=-128$