

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a(y+x)$

㉡ $a(x-y)(a-b)$

㉢ $a(a-2b)$

㉣ $x(a-2b)$

㉤ $x-y$

㉥ $(x-y)(a-2b)$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. $Ax^2 - 4xy - 10y^2 = (3x + By)(2x + 2y)$ 일 때, AB 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -30$

해설

$$\begin{aligned}(3x + By)(2x + 2y) &= 6x^2 + 6xy + 2Bxy + 2By^2 \\ &= Ax^2 - 4xy - 10y^2\end{aligned}$$

$$\therefore A = 6, 6 + 2B = -4, B = -5$$

$$\therefore AB = -30$$

3. 다음 식 중 옳게 인수분해한 것은?

① $x^2 + 2xy + y^2 = (-x + y)^2$

② $ax - bx - a + b = (a - b)(x + 1)$

③ $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

④ $6x^2 - x - 1 = (2x + 1)(3x - 1)$

⑤ $x^2 + 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

해설

① $(x + y)^2$

② $(a - b)(x - 1)$

④ $(2x - 1)(3x + 1)$

4. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $2x^2 + 3x - 2$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 + 7x + 6$

④ $x^2 + x - 6$

⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

① $(x + 2)(2x - 1)$

② $(x - 2)(x + 2)$

③ $(x + 2)(2x + 3)$

④ $(x - 2)(x + 3)$

⑤ $(x + 2)(3x + 1)$

∴ 공통인 인수 $(x + 2)$ 를 갖지 않는 것은 ④이다.

5. $2x^2 + ax + b$ 을 인수분해하면 $(2x + 1)(x + 1)$ 이 된다. 이때, $a + b$ 을 구하면?

① -5

② 5

③ 7

④ -4

⑤ 4

해설

$$(2x + 1)(x + 1) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

6. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax + 4$ 의 한 인수가 $x + 1$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

다른 인수를 $x + A$ 라 하면,

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + A) &= x^2 + (A + 1)x + A \\ &= x^2 + ax + 4\end{aligned}$$

$$A = 4$$

$$\therefore a = 1 + A = 1 + 4 = 5$$

7. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니
 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= x^2 - y^2 - 2(x - y) \\ &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

따라서 $a = -1, b = -1, c = -2$ 이므로 $a + b + c = -4$

8. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

① 890

② 892

③ 894

④ 896

⑤ 898

해설

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$$

$$30 - a = 28, a = 2$$

$$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$$

9. 이차식 $ax^2 + 30x + b$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(cx+3)^2$ 일 때, $\frac{b}{a+c}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{3}{10}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$ax^2 + 30x + b = (cx + 3)^2 = c^2x^2 + 6cx + 9$$

$$\Rightarrow a = c^2, 30 = 6c, b = 9$$

$$\Rightarrow a = 25, c = 5, b = 9$$

따라서 $\frac{b}{a+c} = \frac{9}{25+5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ 이다.

10. $5x^2 + (2a - 5)x - 14$ 를 인수분해하면 $(x - 2)(5x + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 8$

해설

$$(x - 2)(5x + b) = 5x^2 + (b - 10)x - 2b$$

$$5x^2 + (2a - 5)x - 14 = 5x^2 + (b - 10)x - 2b$$

$$2b = 14 \Rightarrow b = 7, 2a - 5 = b - 10 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

11. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

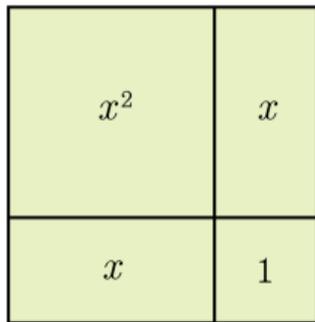
갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.

을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.

$$\therefore a = -12, b = -28$$

$$\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$$

12. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

13. $(x - y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x - y)^2 - 8(x - y) + 16$ 에서

$x - y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A - 4)^2 = (x - y - 4)^2$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

14. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

15. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$

② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$

③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$

④ $(a - 3b - 4)^2$

⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\ &= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\ &= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

16. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

17. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?

① $5\pi x^2 \text{ cm}^2$

② $\pi x(x + 5) \text{ cm}^2$

③ $\pi x(x + 10) \text{ cm}^2$

④ $\pi x(2x + 5) \text{ cm}^2$

⑤ $\pi x(2x + 10) \text{ cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)

$$= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$$

(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)

$$= \pi \times (x + 5)^2$$

따라서, 늘어난 넓이는

$$\begin{aligned} \pi \times (x + 5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2 + 10x + 25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x + 10) (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

18. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

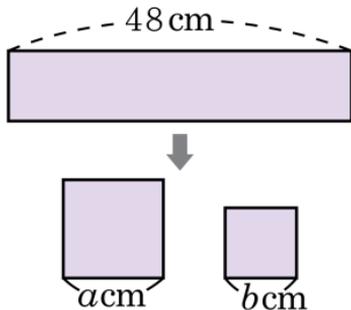
$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

19. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$$4a + 4b = 48 \text{ 이므로 } a + b = 12$$

$$\text{또, } a^2 + b^2 = 74$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$74 = 144 - 2ab$$

$$ab = 35$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$$

$$a - b > 0, a - b = 2$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$$

20. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$

② $(x-2)(x+5)(x+2)$

③ $(x-2)(x-5)(x+3)$

④ $(x-2)(x+5)(x-2)$

⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A = x - 2$ 로 치환하면

$$(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$$

$$= Ax^2 - 3Ax - 10A$$

$$= A(x^2 - 3x - 10)$$

$$= A(x-5)(x+2)$$

$$= (x-2)(x-5)(x+2)$$

21. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2 = A, 3x-1 = B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

22. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

23. $4x^2 - 18x + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = \frac{81}{4}$

해설

$4x^2 - 18x + p$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(-\frac{18}{2}\right)^2 = 4p$$

$$\therefore p = \frac{81}{4}$$

24. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 10 가지

해설

$$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)} \text{ 이므로}$$

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$$(x-3)(y+1) = 1 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 4 \text{ 일 때,}$$

$$(x, y) = (4, 3)(5, 1)(7, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 9 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 8)(6, 2)$$

$$(x-3)(y+1) = 16 \text{ 일 때, } (x, y) = (5, 7)(7, 3)$$

$$(x-3)(y+1) = 25 \text{ 일 때, } (x, y) = (8, 4)$$

$$(x-3)(y+1) = 36 \text{ 일 때, } (x, y) = (9, 5)$$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 10 가지이다.

25. $a + b = 3$, $ab = 1$ 일 때, $a^2(a - b) + b^2(b - a)$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= a^2(a - b) - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a - b)^2(a + b) \\ &= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$