**1.** 다음 중 집합이 아닌 것은?

① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임

② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임

③ 40 에 가까운 수의 모임

④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

⑤ 일의 자리에서 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

'가까운' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

**2.** 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 10 보다 작은 짝수의 모임　② 눈이 큰 사람의 모임
③ 애국가 1 절의 모임　④ 착한 사람의 모임
⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

① 2, 4, 6, 8 이므로 집합이다.
② '큰' 이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ '애국가 1 절' 이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ '착한' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '키가 크다' 는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

**3.** 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 예쁜 여학생들의 모임

② 큰 수의 모임

③ 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임

④ 12 의 약수들의 모임

⑤ 노래를 잘 부르는 학생들의 모임

해설

예쁘다거나, 크다거나, 노래를 잘 부른다는 조건만으로는 대상을 분명히 알 수가 없다.

**4.** 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 수학을 잘하는 학생들의 모임

② 예쁜 신발들의 모임

③ 가장 작은 자연수의 모임

④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임

⑤ 채소들의 모임

해설

③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1
⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ···

**5.** 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 8월에 태어난 학생의 모임

㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임

㉢ 외떡잎 식물의 모임

㉣ 키우기 좋은 동물의 모임

㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임

㉥ 위인의 모임

㉦ 10보다 큰 11의 배수

㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉡ '잘하는'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉣ '좋은'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉥ '위인'이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

**6.** 다음 중 집합의 원소를 구한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 5보다 작은 자연수의 모임→ $1, 2, 3, 4$

② 10이하의 소수의 모임→$2, 3, 5$

③ 우리 나라 사계절의 모임 → 봄, 여름, 가을, 겨울

④ 사군자의 모임 → 매화, 난초, 국화, 대나무

⑤ 8의 약수의 모임→ $1, 2, 4, 8$

해설

② 10이하의 소수의 모임 → $2, 3, 5, 7$

**7.** 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2 개)

① $A = \{x \mid x\text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \cdots\}$

② $A = \{x \mid x\text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\cdots\}$

③ $\{x \mid x\text{는 30보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \cdots, 23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x\text{는 10 이하의 3 의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \cdots, 99\} = \{x \mid x\text{는 100 이하의 홀수}\}$

해설

① $\{1,\ 3,\ 5\cdots\}$
② $\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$
④ $\{x \mid x\text{는 12 이하의 3의 배수}\}$

**8.** 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = {$x$ | $x$는 전자제품}

㉡ {1, 2, 3, 4} = {$x$ | $x$는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}

㉢ {매화, 난초, 국화, 소나무} = {$x$ | $x$ 는 사군자의 이름}

㉣ {0과 1 사이의 분수} = $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

㉤ {1, 3, 17, 51 } = {$x$ | $x$는 51의 약수}

㉥ {징, 장구, 북, 꽹과리} = {$x$ | $x$는 사물놀이에 쓰이는 악기}

① ㉡, ㉤ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡ {$x$ | $x$는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}는 {0, 1, 2, 3} 이다.

㉣ {0과 1 사이의 분수}는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\cdots\right\}$ 이다.

**9.** 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

> 갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을 $S$ 라 하자. 그러면 $S$ 는 $S$ 자신을 원소로 갖는다.(㉠) 그렇지?
> 을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?
> 갑 : 좋아. 그러면 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합(㉡)은 어떠냐?

위의 논쟁에서 밑줄 친 부분 (㉠), (㉡)에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은?

① $S \in S$, $\{A|A \notin A,\ A$는 집합$\}$

② $S \in S$, $\{A|A \not\subset A,\ A$는 집합$\}$

③ $S \in S$, $\{A|A \in A,\ A$ 는 집합$\}$

④ $S \subset S$, $\{A|A \notin A,\ A$는 집합$\}$

⑤ $S \subset S$, $\{A|A \subset A,\ A$는 집합$\}$

해설

(㉠) $S$ 는 $S$ 자신을 원소로 갖는다 → $S \in S$
(㉡) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 → $\{A|A \notin A, A$ 는 집합$\}$
[참고] 러셀의 패러독스를 표현한 내용이다. 러셀은 이것을 '이발사의 예화'를 통해 설명했다.

**10.** 집합 $A = \{2a - b | 3a + 2b \le 10,\ a,\ b$는 자연수$\}$일 때, 다음 중 집합 $A$와 서로 같은 것은?

① $\{x | -1 < x < 3,\ x$는 정수$\}$ ② $\{x | -1 \le x \le 3,\ x$는 정수$\}$

③ $\{x | 1 < x < 5,\ x$는 자연수$\}$ ④ $\{x | 1 \le x \le 3,\ x$는 자연수$\}$

⑤ $\{x | 1 \le x \le 5,\ x$는 자연수$\}$

해설

$3a + 2b \le 10$ 을 만족하는 자연수 $a,\ b$ 의 순서쌍은 $(a, b) = (1, 1),\ (1, 2),\ (1, 3),\ (2, 1),\ (2, 2)$ 이므로, $2a - b = \{1,\ 0,\ -1,\ 3,\ 2\}$

$\therefore\ A = \{x | -1 \le x \le 3,\ x$는 정수$\}$

**11.** 유리수 전체의 집합을 $Q$라 하고, 자연수 $n(n \geqq 2)$ 에 대하여 집합 $A_n$을 $A_n = \left\{ x \,\middle|\, x - [x] = \frac{1}{n},\ x \in Q \right\}$ 로 정의할 때, 다음 중에서 옳은 것은? (단, $[x]$ 는 $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타낸다.)

① $-\frac{4}{3} \in A_3$ ② $A_2 \subset A_4$

③ $A_4 \subset A_2$ ④ $A_2 \cap A_3 = \varnothing$

⑤ $A_5 = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{11}{5}, \cdots, \frac{51}{5} \right\}$

해설

$[x]$ 는 $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타내므로 간단하게 정수라고 생각하면 되고, $x - [x]$ 는 $x$ 의 소수 부분이다. 따라서 구하고자 하는 집합 $A_n$ 의 원소 $x$ 는 $x = [x] + \frac{1}{n}$ 이다.

$[x]$가 정수이므로 집합 $A_n$ 은

$A_n = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{n}, -1+\frac{1}{n}, 0+\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n}, 2+\frac{1}{n}, \cdots \right\}$ 이 되고,

$n$ 대신에 2, 3, 4, 5, $\cdots$ 를 각각 대입해서 $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $\cdots$ 를 구해 보면

$$A_2 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{2}, -1+\frac{1}{2}, 0+\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{2}, \cdots \right\}$$

$$= \left\{ \cdots, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \cdots \right\}$$

$$A_3 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{3}, -1+\frac{1}{3}, 0+\frac{1}{3}, 1+\frac{1}{3}, 2+\frac{1}{3}, \cdots \right\}$$

$$= \left\{ \cdots, -\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \cdots \right\}$$

$$A_4 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{4}, -1+\frac{1}{4}, 0+\frac{1}{4}, 1+\frac{1}{4}, 2+\frac{1}{4}, \cdots \right\}$$

$$= \left\{ \cdots, -\frac{7}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{9}{4}, \cdots \right\}$$

$$A_5 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{5}, -1+\frac{1}{5}, 0+\frac{1}{5}, 1+\frac{1}{5}, 2+\frac{1}{5}, \cdots \right\}$$

$$= \left\{ \cdots, -\frac{9}{5}, -\frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{11}{5}, \cdots \right\}$$

이므로 $A_2 \cap A_3 = \varnothing$ 임을 알 수 있다.

**12.** 집합 $A = \{1,\ 2,\ \{1,\ 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $A \supset \{1,\ 2\}$ ② $A \ni \{1,\ 2\}$ ③ $A \supset \{\{1,\ 2\}\}$

④ $A \ni \{1\}$ ⑤ $A \supset \varnothing$

해설

$\{1,\ 2\}$는 A의 원소이고 또 A의 부분집합도 된다. $\therefore\ A \ni \{1,\ 2\},\ A \supset \{1,\ 2\}$

$\{1\}$은 A 의 부분집합이지만 A의 원소는 아니다. $\therefore\ A \supset \{1\},\ A \not\ni \{1\},\ A \ni 1$

**13.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A = \{2,\ 4\}$ 이면, $n(A) = 2$

② $n(\varnothing) < n(\{\varnothing\})$

③ $A = \varnothing$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.

④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.

⑤ $A = \{1,\ 3,\ 5\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

**14.** $A = \{a,\ b\}$이고, $2^A = \{X | X \subset A\}$로 정할 때, 다음 중 옳은 것은 ?

① $\{A\} = 2^A$　② $\{A\} \in 2^A$　③ $\{A\} \subset 2^A$

④ $A \subset 2^A$　⑤ $\{A\} \notin 2^A$

해설

$2^A$ 는 $A$ 의 부분집합을 원소로 하는 집합이므로

$2^A = \{\varnothing,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a,\ b\}\} = \{\varnothing,\ \{a\},\ \{b\},\ A\}$

따라서 $\{A\} \subset 2^A$ 이다.

**15.** 집합 $A = \{\varnothing, 0, 1, \{0, 1\}\}$에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수를 구하면?

보기

㉠ $\varnothing \in A$　　㉡ $\varnothing \subset A$　　㉢ $\{\varnothing\} \subset A$

㉣ $\{0\} \in A$　　㉤ $\{0, 1\} \subset A$　　㉥ $\{\{0, 1\}\} \subset A$

① 2개　② 3개　③ 4개　④ 5개　⑤ 6개

해설

$\varnothing$이 원소로 들어 있으므로 ㉠, ㉢은 참.
$\varnothing$은 모든 집합의 부분집합이므로 ㉡은 참.
$\{0\}$ 은 원소가 아니라 부분집합이므로 ㉣은 거짓.
0, 1은 원소이므로 ㉤은 참.
$\{0, 1\}$ 이 원소이므로 ㉥은 참.

**16.** 집합 $A$에 대하여 집합 $P(A)$를 $P(A)=\{X|X\subset A\}$로 정의한다. 이 때, 두 집합 $A, B$에 대하여 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

| |
|---|
| ㉠ $A\subset B$ 이면, $P(A)\subset P(B)$ |
| ㉡ $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$ |
| ㉢ $P(A)\cup P(B)=P(A\cup B)$ |

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

㉢ 반례 : $A=\{0\}, B=\{1\}$ 일 때
$P(A)=\{\varnothing,\{0\}\}$
$P(B)=\{\varnothing,\{1\}\}$
$P(A\cup B)=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$
$\therefore\ P(A)\cup P(B)\neq P(A\cup B)$

**17.** 집합 $A = \left\{ x \,\middle|\, \frac{11}{x} = 5\text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$A = \varnothing$

모든 집합의 부분집합에는 $\varnothing$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\varnothing$ 은 $\varnothing$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 $A$ 의 부분집합의 개수는 1 개

**18.** 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 크고, 15보다 작은 홀수$\}$의 부분집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{11,\ 13\}$이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
$2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

**19.** 다음 중 부분집합의 개수가 8 개가 아닌 것은?

① $\{a,\ b,\ c\}$

② $\{x \mid x$는 3 이하의 자연수$\}$

③ $\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$

④ $\{x \mid x$는 4 의 약수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10 보다 작은 짝수$\}$

해설

① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

② $\{x \mid x$는 3 이하의 자연수$\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

④ $\{x \mid x$는 4 의 약수$\} = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

⑤ $\{x \mid x$는 10 보다 작은 짝수$\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

**20.** 집 합 $A$ = $\{x|x$는 20 미만의 8의 배수$\}$ , $B$ = $\{x|x$는 8 미만의 20의 약수$\}$ 일 때, $n(A) = a$ , 집합 $B$ 의 부분집합의 개수를 $b$ 라 할 때, $b-a$ 의 값을 골라라.

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A = \{8, 16\}$, $B = \{1, 2, 4, 5\}$ 이므로 $a = n(A) = 2$ 이고,
$n(B) = 4$ 이므로, $b =$ ($B$의 부분집합의 개수) $= 2\times2\times2\times2 = 16$ 이다.
$\therefore\ b - a = 16 - 2 = 14$

**21.** 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 에 대하여 $x \subset A$, $x \neq A$ 인 집합의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$ 이고, $x$는 $A$의 진부분집합이다. 따라서 $x$의 개수는 $2^3 - 1 = 7$(개)이다.

**22.** 집합 $A = \{n \mid n$은 10 이하인 자연수$\}$의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63$(개)

**23.** 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1,\ 4\}$를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

1, 4를 뺀 $\{2, 3, 5\}$의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7$(개)이다.

**24.** 자연수 집합의 두 부분집합 $A$, $B$에 대하여 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 소수$\}$, $B = \{x \mid x$는 10 이하의 홀수$\}$일 때, $A \cap B$의 진부분집합의 개수와 $A \cup B$의 진부분집합의 개수의 합은?

① 46개 ② 48개 ③ 70개 ④ 72개 ⑤ 74개

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$이므로
$A \cap B = \{3,\ 5,\ 7\}$, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$
따라서 $A \cap B$의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7$(개)이고,
$A \cup B$의 진부분집합의 개수는 $2^6 - 1 = 63$(개)이므로 $63 + 7 = 70$(개)

**25.** 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$에서 $1 \in X, 2 \notin X$를 만족하는 $A$의 진부분집합 $X$는 몇 개인가?

① 7개 ② 8개 ③ 15개 ④ 16개 ⑤ 31개

해설

$1 \in X, 2 \notin X$이므로 $\{3, 4, 5\}$의 진부분집합 개수와 같다.
원소의 개수가 $n$ 개인 집합의 부분집합 수 : $2^n$
$\therefore 2^3 = 8$(개)
* 주의 : 이 문제에서 '진부분집합'에 주목하여 답을 7로 할 수 있으나 2가 원소가 될 수 없으므로 A는 애시당초 X가 될 수 없다.

**26.** 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$의 모든 진부분집합의 개수는 $x$개 이고, 집합 $A$의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$와 서로소인 집합이 모두 $y$개 일 때, $x + y$의 값은?

① 9 ② 10 ③ 28 ④ 35 ⑤ 36

해설

집합 $A$의 진부분집합의 개수는
$x = 2^5 - 1 = 31$
집합 $A$의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$와 서로소인 집합은 $\{d, e\}$의 부분집합 개수와 같다.
$y = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
$\therefore\ x + y = 35$

**27.** 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소 3 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{2, 5\}$

④ $\{1, 2, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 3, 5\}$

해설

원소 3 을 제외한 $\{1, 5\}$ 의 부분집합을 구하면
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{5\}$,$\{1, 5\}$ 이고, 그것이 원소 3 을 포함하지 않는 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합이다.

**28.** 집합 $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$에 대하여 $\{1,\ 2\} \subset X$이고 $X \subset A$를 만족하는 집합 $X$가 될 수 없는 것은?

① $\{1,\ 2\}$　② $\{1,\ 2,\ 4\}$

③ $\{2,\ 4,\ 8\}$　④ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

해설

$\{1,\ 2\} \subset X$이고 $X \subset A$이므로 $A$의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.
그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2,\ 4,\ 8\}$이 집합 $X$가 될 수 없다.

**29.** 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 짝수$\}$ 의 부분집합 중 8 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\{3\}$ ② $\{6,\ 8\}$ ③ $\{2,\ 4,\ 8\}$

④ $\{2,\ 4,\ 6\}$ ⑤ $\{2,\ 4,\ 6,\ 10\}$

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
원소 8 을 제외한 $\{2,\ 4,\ 6\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
$\varnothing$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{4,\ 6\}$, $\{2,\ 6\}$, $\{2,\ 4,\ 6\}$ 이고, 이것이 8 을 포함하지 않는 집합 $A$ 의 부분집합이다.

**30.** 집합 $A = \{x \mid x$는 20보다 작은 4의 배수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12 를 포함하고 4 를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은?

① $\{12\}$ ② $\{8,\ 12\}$

③ $\{12,\ 16\}$ ④ $\{8,\ 12,\ 16\}$

⑤ $\{8,\ 12,\ 16,\ 20\}$

해설

$A = \{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$
4, 12 를 제외한 $\{8,\ 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 : $\{8\}$, $\{16\}$
원소가 2 개인 부분집합 : $\{8,\ 16\}$
이고, 각각의 집합에 원소 12 를 넣으면 원소 12 를 포함하고 4 를 포함하지 않는 집합 $A$ 의 부분집합이 된다.

**31.** 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 소수$\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 부분집합의 원소의 합은? (단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$에서 원소 2, 3 를 제외한 $\{5, 7\}$의 부분집합은 $\varnothing$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{5, 7\}$의 4 개가 있으므로, 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합 $A$ 의 부분집합은 $\{2, 3\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 이다. 이 중 원소의 개수가 4 개인 것은 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 3 + 5 + 7 = 17$ 이다.

**32.** 두 집합 $A = \{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ\}$ 에 대하여 집합 $A$의 부분집합이면서 집합 $B$의 부분집합이 되는 집합의 개수는?

① 0개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 $A$ 의 부분집합도 되고 집합 $B$ 의 부분집합도 되는 집합은 $\{ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^3 = 8$(개)

**33.** 집합 $A = \{x | x$는 20 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$2^{10-2-7} = 2^1 = 2$( 개)

**34.** 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 개이고, 반드시 4 를 포함하는 부분집합은 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 부분집합은 4 를 제외한 $\{1, 2, 3, 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소가 2 개인 부분집합의 개수와 같다. $\Rightarrow$ $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}$

**35.** 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ 에 대하여 $X \subset A$ , $\{a, b, c\} \cap X = \{c\}$ , $n(X) = 2$ 를 만족하는 집합 $X$ 를 모두 나타낸 것은?

① $\{a, b\}$ , $\{a, c\}$ , $\{c, f\}$

② $\{c, b\}$ , $\{c, e\}$ , $\{e, f\}$

③ $\{c, d\}$ , $\{d, e\}$ , $\{e, f\}$

④ $\{c, d\}$ , $\{c, e\}$ , $\{c, f\}$

⑤ $\{a, d\}$ , $\{b, e\}$ , $\{c, f\}$

해설

$\{a, b, c\} \cap X = \{c\}$ 이므로 $X$ 는 $c$ 를 반드시 포함하고 $a$, $b$ 를 포함하지 않는다.
또 $X$ 는 $A$ 의 부분집합이고 원소의 개수가 2 개 이므로 $X$ 가 될 수 있는 집합은 $\{c, d\}$ , $\{c, e\}$ , $\{c, f\}$

**36.** 집합 $U = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11\}$의 부분집합 중 2개의 원소로 이루어진 부분집합 전체를 $A_1, A_2, \cdots, A_{10}$ 이라하고, 집합 $A_k$의 원소의 합을 $a_k (k = 1, 2, \cdots, 10)$이라 할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은?

① 104 ② 106 ③ 108 ④ 110 ⑤ 112

해설

$U$는 원소가 5개이므로 2개의 원소로 이루어진 부분집합의 개수는 5개의 원소 중에서 2개를 택하는 방법의 수 $(5\times4) \div 2 = 10$과 같다. 따라서, 각 $k$에 대하여 $a_k$는 두 원소의 합이므로 $a_1+a_2+\cdots+a_{10}$은 20 개의 원소의 합이다. 이 때, 2, 3, 5, 7, 11의 5개의 수가 고르게 포함되므로 5 개의 수가 각각 4번씩 더해진다.

따라서, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 4 \times (2 + 3 + 5 + 7 + 11) = 112$

**37.** 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 $A$ 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$　② $\{1, 2, 3\}$　③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{2, 3, 4\}$　⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④ $\{1, 2\} \notin \{2, 3, 4\}$

**38.** $\{2,\ 3,\ 4\} \subset A \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 를 만족하는 집합 $A$ 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

집합 $A$ 는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 4를 반드시 포함하는 집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

**39.** 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 $X$ 는 집합 $B$ 에 포함되고 집합 $A$ 는 집합 $X$ 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 $X$ 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 $X$ 는 집합 $B$ 의 부분집합 중 원소 $a$, $c$ 를 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 $X$ 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

**40.** 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 $X$ 는 집합 $B$ 에 포함되고, 집합$A$ 는 집합 $X$ 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 $X$ 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 $X$는 집합 $B$의 부분집합 중 원소 $a$, $c$를 모두 포함하는 집합이므로

구하는 집합 $X$의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

**41.** $\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e\}$ 를 만족하는 집합 $X$ 의 개수는?

① 5 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 32

해설

집합 $X$ 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합이면서 $a, c$ 를 포함하는 집합이므로 $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
$2^3 = 8$(개)

**42.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

② $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{1,\ 2,\ 6\}) = 0$ 이다.

③ $n(A) \le n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.

⑤ $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례 : $A = \{1,\ 3\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6\}$

**43.** 두 집합 $A$, $B$에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $n(A) = n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$, $n(A) = n(B)$ 이다.

④ 반례 : $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

⑤ 반례 : $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

**44.** 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \varnothing$

⑤ $n(A) = 0$ , $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 집합 $A$ 의 원소가 $\varnothing$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
⑤ $A = \varnothing$ 이므로, 집합 $A$ 의 부분집합은 $\varnothing$ 하나 밖에 없다.

**45.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 3개)

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.

③ A = B 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

**46.** 세 집합 $A$, $B$, $C$ 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

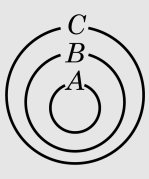
② $A \subset B$, $B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

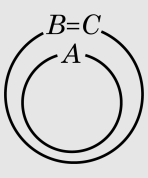
③ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

① 


② 


③ 예를 들어 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$