

1. $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 값을 차례대로 구하여라.

(1) $\omega^{20} + \omega^{10} + 1$
(2) $\omega^{101} + \overline{\omega}^{101} - \omega^{11} \cdot \overline{\omega} - \omega \cdot \overline{\omega}^{11}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

ω 가 $x^2 - x + 1$ 의 근이므로
 $\overline{\omega}$ 도 $x^2 - x + 1$ 의 근이다.
즉, $\omega^3 = -1, \overline{\omega}^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$
(1) $\omega^{20} + \omega^{10} + 1$
 $= (\omega^3)^6 \cdot \omega^2 + (\omega^3)^3 \cdot \omega + 1$
 $= (-1)^6 \cdot \omega^2 + (-1)^3 \cdot \omega + 1$
 $= \omega^2 - \omega + 1 = 0$

(2) $\omega^{101} + \overline{\omega}^{101} - \omega^{11}\overline{\omega} - \omega\overline{\omega}^{11}$
 $= (\omega^3)^{33} \cdot \omega^2 + (\overline{\omega}^3)^{33} \cdot \overline{\omega}^2 -$
 $\omega\overline{\omega} \{ (\omega^3)^3 \cdot \omega + (\overline{\omega}^3)^3 \cdot \overline{\omega} \}$
 $= (-1)\omega^2 + (-1)\overline{\omega}^2 - \{ (-1)\omega + (-1)\overline{\omega} \}$
 $= -(\omega^2 - \omega) - (\overline{\omega}^2 - \overline{\omega})$
 $= -(-1) - (-1) = 2$

2. 어떤 정육면체의 밑변의 가로와 세로의 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면
조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$,
 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$,
 $\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$ 을 풀면 $x = 2$ (cm)

3. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

5. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0 ,$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x = 12 \text{ 일 때 } y = 9$$

$$x = 9 \text{ 일 때 } y = 12$$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.