**1.** 부등식 $ax-b^2 > bx+a^2-8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 $a$ 의 조건은? ($a$, $b$는 실수)

① $a=b$ 이고 $-1 < a < 1$
② $a=b$ 이고 $-2 < a < 2$
③ $a=b$ 이고 $-3 < a < 3$
④ $a=b$ 이고 $-4 < a < 4$
⑤ $a=b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax-b^2 > bx+a^2-8$ 에서
$(a-b)x-b^2-a^2+8 > 0$ 이 모든 $x$에 대해서 성립해야 하므로
$a=b$
$\therefore -2a^2+8 > 0 \quad 2a^2 < 8$
$\therefore a^2 < 4$ 이므로 $-2 < a < 2$
즉 $a=b$ 이고 $-2 < a < 2$

**2.** $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$ ② $x>10$ ③ $x<1$

④ $x<5$ ⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$

해가 $x<2$이므로

$a<0$ ⋯⋯㉠

$-\frac{b}{a}=2$ ⋯⋯㉡

㉡을 정리하면 $b=-2a$ ⋯⋯㉢

㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면

$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$

㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

**3.** 부등식 $|2x+2| < a+3$를 만족하는 실수 $x$값이 존재하기 위한 실수 $a$의 값의 범위는?

① $a \le -4$　　② $a > -4$　　③ $a < -3$

④ $a > -3$　　⑤ $a \le -1$

해설

ⅰ) $x \ge -1$일 때,

$2x+2 < a+3,\ 2x < a+1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$

$x \ge -1,\ x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$를 만족하는 $x$의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1,\ a > -3$

ⅱ) $x < -1$일 때,

$-2x-2 < a+3,\ -2x < a+5$

$x < -1,\ x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$를 만족하는 $x$의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $a > -3$

**4.** 부등식 $|x-k| \le 3$을 만족하는 $x$의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 $k$의 값은?

① $\sqrt{2}$　② 2　③ $3\sqrt{2}$　④ 4　⑤ $5\sqrt{2}$

**해설**

$|x-k| \le 3$에서 $-3 \le x-k \le 3$,
$-3+k \le x \le 3+k$
따라서 $x$의 최댓값은 $3+k$,
최솟값은 $-3+k$이므로
$(-3+k)(3+k)=9$
$k^2-9=9$
$k^2=18 \quad \therefore k=\pm 3\sqrt{2}$
$k$는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

**5.** $x$에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 $a$의 범위는?

① $a \le -3$ 또는 $a \ge 1$　　② $-3 \le a \le 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$　　④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \le a \le 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$ 이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \le 0$이면 부등식의 해가 없다.

$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \le 0$

$(a-1)(a+3) \le 0$

$\therefore \ -3 \le a \le 1$