1. 다음 식에서 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 숫자로 짝지어진 것은?

(ㄱ) $\sqrt{4^2}$ 은 $\square$ 와 같다.

(ㄴ) 제곱근 $\square$ 는 7 이다.

(ㄷ) 제곱근 100 은 $\square$ 이다.

① (ㄱ) 16 (ㄴ) 49 (ㄷ) ± 10

② (ㄱ) 4 (ㄴ) 49 (ㄷ) ± 10

③ (ㄱ) 4 (ㄴ) 49 (ㄷ) 10

④ (ㄱ) -4 (ㄴ) 7 (ㄷ) -10

⑤ (ㄱ) 4 (ㄴ) 49 (ㄷ) -10

해설

(ㄱ) $\sqrt{4^2} \Rightarrow 16$ 의 양의 제곱근 $\Rightarrow 4$

(ㄴ) 제곱근 $49 \Rightarrow 49$ 의 양의 제곱근 $\Rightarrow 7$

(ㄷ) 제곱근 $100 \Rightarrow 100$ 의 양의 제곱근 $\Rightarrow 10$

2. $\sqrt{\frac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

3. 다음 중 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 10

해설

① $\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$ 이고 34 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
② $\sqrt{35-3} = \sqrt{32}$ 이고 32 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
③ $\sqrt{35-5} = \sqrt{30}$ 이고 30 은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
④ $\sqrt{35-7} = \sqrt{28}$ 이고 28 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
⑤ $\sqrt{35-10} = \sqrt{25}$ 이고 $25 = 5^2$ 이므로 자연수 5 가 된다.

4. 다음 중 대소관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\frac{1}{3}}$　② $3 < 2\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$
④ $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{3}{4}}$　⑤ $6 < \sqrt{35}$

해설

① $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$

② $3 > 2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$

④ $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{3}{4}}$ (○)

⑤ $6 > \sqrt{35}$

5. $\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1　　② -1　　③ $3-2\sqrt{2}$
④ $-3+2\sqrt{2}$　　⑤ $1-2\sqrt{3}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $2-\sqrt{2}>0$, $1-\sqrt{2}<0$

$$\left|2-\sqrt{2}\right|-\left|1-\sqrt{2}\right|=2-\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$$
$$=3-2\sqrt{2}$$

6. 다음 무리수가 아닌 수는?

① $\sqrt{8}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $-\sqrt{0.01}$
④ $\sqrt{3}+3$ ⑤ $\sqrt{3}-1$

해설
③ $-\sqrt{0.01}=-0.1$

7. 다음은 $a = 3\sqrt{2}+1$, $b = 2\sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으면?

$$\begin{aligned} a - b &= \left(3\sqrt{2}+1\right) - \left(2\sqrt{3}\right) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1 \end{aligned}$$

① $a > b$ ② $a \geq b$ ③ $a < b$ ④ $a \leq b$ ⑤ $a = b$

해설

$\sqrt{18}+1 > \sqrt{12}$ 이기 때문에 $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$ 의 값 또한 0 보다 크다.
a와 b 의 대소 관계를 구할 때, $a - b$ 의 값이 양수이면 $a > b$ 이고, 음수이면 $a < b$ 이므로
정답은 $a > b$ 이다.

8. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5}-0.01$　② $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$　③ $\sqrt{3}+0.02$
④ 2　⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

해설
⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\sqrt{0.75}<\sqrt{3}$

9. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

0, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$, $-\sqrt{0.02}$, $\sqrt{0.003}$, $\sqrt{\dfrac{121}{100}}$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

0, $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{\dfrac{121}{100}}=\dfrac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

10. $a > 0,\ b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$　② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$　③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{a}$　⑤ $\sqrt{\dfrac{b^2}{a}} = \dfrac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}} = \dfrac{\sqrt{b}}{a}$

11. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$
㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$
㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \dfrac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$
㉣ $9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$

㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$

㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \dfrac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \dfrac{5a}{a^2} = -20$

12. $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 일 때, $\sqrt{3x+40}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 43$

▷ 정답 : $x = 52$

해설

$12 < \sqrt{3x+40} < 15$

$3x + 40 = 13^2 = 169,\ x = 43$

$3x + 40 = 14^2 = 196,\ x = 52$

13. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$　　② $x^2 = \frac{81}{49}$　　③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$　　⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

14. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

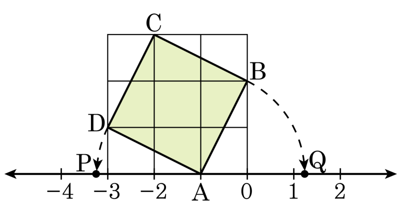
④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

15. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$p=-1-\sqrt{5}$, $q=-1+\sqrt{5}$

$\therefore\ p-q=-1-\sqrt{5}+1-\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 이므로

$a+b=3$ 이다.

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.

② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.

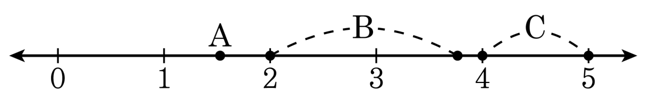
④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.

⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

17. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.

㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.

㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)

㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17}$ ~ $\sqrt{24}$, 총 8 개이다.

18. 196의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$인 수는
$x = 14,\ y = -14$ 이므로
$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$
따라서 9의 제곱근은 ± 3이다.

19. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 36 ⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$-5 + \square = -1$, $\square = 4$

4 는 16 의 양의 제곱근

20. $-1 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x+2$

해설

$x+1>0,\ x<0,\ 1-x>0$ 이므로
(준식) $= x+1-x+1-x = -x+2$

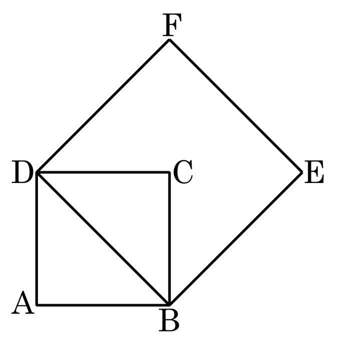
21. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$2 < \sqrt{3n} < 4$
$4 < 3n < 16$
$\therefore\ n = 2,\ 3,\ 4,\ 5$

22. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF 가 있다. DBEF 의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF 의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8 인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

23. $x^2-x+3=4$ 이고 $x=\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\cdots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

해설

$x=\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\cdots}}}$ 에서

$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\cdots}}}=\sqrt{a+x}=x$ 이므로

$a+x=x^2$, $x^2-x=a$

$x^2-x+3=4$ 이므로

$a+3=4$

$\therefore a=1$

24. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
㉤ $x + y$, $x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) ± (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3}$ $\therefore y \neq x - \sqrt{3}$
㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수
㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.
㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0,\ 0)$ 을 지나므로 $x = 0$, $y = 0$: 유리수
㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x+y = 1+\sqrt{3}$ 으로 무리수, $x-y = 1-\sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x는 유리수

25. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b},\ \sqrt{a}+\sqrt{b},\ \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

$A=\sqrt{a+b},\ B=\sqrt{a}+\sqrt{b},\ C=\sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
A, B , C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
$A^2=(\sqrt{a+b})^2=a+b$
$B^2=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$
$C^2=(\sqrt{\sqrt{ab}})^2=\sqrt{ab}$
이 때, $B^2-A^2=2\sqrt{ab}>0(\because a>0,\ b>0)$ 이므로 $B>A$
또한, $B^2-C^2=a+b+\sqrt{ab}>0$ 이므로 $B>C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 이다.