

1. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?
- ① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

2. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$ 을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$

$x = 1$ 을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$

$x = -2$ 를 대입 $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

3. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

4. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

5. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

6. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

7. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

8. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

9. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

10. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

11. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항) $\times$ (상수항), (2차항) $\times$ (1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

- ① $2f(1) - f(2)$ ② $2\{f(1) + f(2)\}$
③ $2(1) + f(2)$ ④ $4\{f(1) + f(2)\}$
⑤ $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$R(x) = ax + b, \quad R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, \quad f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

13. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$

② $a + b - c$

③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$

⑤ $-a - b + c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 + 2bc &= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + b - c)(a - b + c) \end{aligned}$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$ (단, 복부호 동순)

14. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으려면?

- ① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$ ② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$
③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$ ④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 라 하면
 $f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x - 1, x + 3$ 로 나누어떨어진다.
 $\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$
 $\quad = (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$

15. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 으로 나누면 나머지가 9, $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 나머지가 -3이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + x + 1)Q_1(x) + 9 \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x + 1)Q_2(x) - 3 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + x + 1) \{Q_1(x) + Q_2(x)\} + 6$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \frac{Q_1(x) + Q_2(x)}{2} + 3$$

$\therefore$ 나머지는 3

16. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\ &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \\ & x^2+8x=A \text{로 놓으면} \\ & (\text{준식}) = (A+7)(A+15)+a \\ & \quad = A^2+22A+105+a \\ & \quad = (A+11)^2-16+a \end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

17. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

18. $a(a+1)=1$ 일 때, $\frac{a^6-1}{a^4-a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6-1}{a^4-a^2} &= \frac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2} \leftarrow a^2=1-a \text{ 대입} \\ &= \frac{2(1-a) \times 2}{1-a} = 4\end{aligned}$$

19. 두 조건 ㉠, ㉡를 모두 만족시키는 2차의 다항식 $f(x)$ 의 개수는?

㉠ $f(0) = -1$
㉡ $f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어진다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다.

해설

$f(0) = -1$ 이므로
 $f(x) = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$)라 하면
 $f(x^2) = ax^4 + bx^2 - 1$ 이다.
 $f(x^2)$ 이 $f(x)$ 로 나누어 떨어지므로
그 몫을 $x^2 + cx + 1$ 이라 하면,
 $(ax^4 + bx^2 - 1) = (ax^2 + bx - 1)(x^2 + cx + 1)$
이 항등식이 되어야 한다.
계수비교에 의해 $ac + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $a + bc - 1 = b \cdots \textcircled{2}$
 $b - c = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 에서 $c = b$, 이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b(a + 1) = 0$
 $\therefore b = 0$ 또는 $a = -1$
(i) $b = 0$ 이면 $\textcircled{2}$ 에서 $a = 1$
(ii) $a = -1$ 이면 $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에서 $b^2 - b - 2 = 0$
 $\therefore b = 2$ 또는 -1
 $\therefore (a, b) = (1, 0), (-1, 2), (-1, -1)$ 의 3 쌍

20. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, x^2-4x+5 , $(x-1)(x^2-4x+5)$ 로 나누면 나머지가 각각 4, $px+q$, $(x-r)^2$ 이 될 때, pqr 의 값은? (단, $r > 0$)

- ① -24 ② -36 ③ 20 ④ 18 ⑤ 14

해설

$f(x) = (x^2 - 4x + 5)Q(x) + px + q \cdots \textcircled{1}$
 $= (x-1)(x^2 - 4x + 5)Q'(x) + (x-r)^2 \cdots \textcircled{2}$
 $= (x-1)(x^2 - 4x + 5)Q'(x) + (x^2 - 4x + 5) + px + q \cdots \textcircled{3}$
 $f(1) = 4$ 이므로 $\textcircled{2}$ 에서 $f(1) = (1-r)^2 = 4$
 $r > 0$ 이므로 $r = 3$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 비교해 보면
 $(x-r)^2 = (x^2 - 4x + 5) + px + q$
 $r = 3$ 을 대입하면
 $(x-3)^2 = x^2 + (p-4)x + (q+5)$
 $\therefore p-4 = -6, q+5 = 9$
 $\therefore p = -2, q = 4$
 $\therefore pqr = -24$