

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

2. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

3. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

4. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -3$

▷ 정답 : $B = 13$

해설

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore A = -3, B = 13$$

5. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.(단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{4} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

따라서 $A = -2, B = 6$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

6. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

따라서 $p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

7. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

8. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

9. $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 3) - 54 = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 라 하면, } X(X + 3) - 54 = 0$$

$$X^2 + 3X - 54 = (X - 6)(X + 9) = 0$$

$$X \geq 0 \text{ 이므로 } X = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6$$

10. 이차방정식 $(x+2)^2 - 8 = 2(x+2)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2-2t-8=0$$

$$(t-4)(t+2)=0$$

$$t=4 \text{ 또는 } t=-2$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-4$$

$$\therefore \alpha\beta=2 \times (-4) = -8$$