

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x - 1)$ 에서

$$m^2x - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

3. 일차부등식 $ax - b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a - b)x + (2a + 3b) > 0$ 의 해를 구하면?

① $x > 5$

② $x < 7$

③ $x > 7$

④ $x < 8$

⑤ $x > 8$

해설

부등호의 방향이 반대로 바뀌었으므로 $a < 0$ 이다. $ax - b > 0$

$$\Rightarrow x < \frac{b}{a}, \quad \frac{b}{a} = 2$$

$$2a = b \Rightarrow a < 0, \quad b < 0$$

$(a - b)x + (2a + 3b) > 0$ 에서 $a - b = -a > 0$

$$\therefore x > \frac{-(2a + 3b)}{(a - b)}, \quad \frac{-(2a + 3b)}{a - b} = \frac{-8a}{-a} = 8$$

$$\Rightarrow x > 8$$

4. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m+n=2$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

① -9

② -13

③ -18

④ -22

⑤ -26

해설

$$1 < x + 5y < 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-10 < -2x - 10y < -2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$$

$$\text{그러므로, } -\frac{1}{3} < y < 4$$

그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$

이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면

$$(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$$

따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,

최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.

$$\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$$