

1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

① $\frac{2}{11}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{125}$

④ $\frac{5}{55}$

⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

2. $x = 1.222\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

① 1.1

② 1.2

③ 11

④ 12

⑤ 12.22

해설

10 을 곱하면 $10x = 12.222\cdots$

$x = 1.222\cdots$ 이므로

$10x - x = 11$ 이다.

3. 다음 순환소수 $1.4\overline{35}$ 를 분수로 나타내려고 한다. $x = 1.4\overline{35}$ 라 할 때, 필요한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$x = 1.4\overline{35} = 1.4353535\cdots$ 이므로 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 10x$ 이다.

4. 다음 수를 작은 것부터 차례로 늘어 놓으면?

㉠ 0.352	㉡ 0.35 $\dot{2}$
㉢ 0.3 $\dot{5}2$	㉣ 0. $\dot{3}5\dot{2}$

- ① ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣
- ② ㉠ → ㉣ → ㉢ → ㉡
- ③ ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢
- ④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣
- ⑤ ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢

해설

$$0.352 < 0.35\dot{2} = 0.3522222\cdots < 0.3\dot{5}2 = 0.352352\cdots < 0.3\dot{5}2 = 0.3525252\cdots$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{2yz}{x}\right)^2 = \frac{4y^2z^2}{x^2}$

③ $\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = -\frac{x^2}{4y^4}$

⑤ $\left(\frac{xy}{2}\right)^3 = \frac{x^3y^3}{8}$

② $\left(-\frac{x^2}{3}\right)^3 = -\frac{x^6}{27}$

④ $\left(\frac{2}{x}\right)^4 = \frac{16}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{4y^4}$ 이므로 옳지 않은 것은 ③ 이다.

6. $(2x^2y^3)^2 \times \boxed{} \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$ 에서 $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

- ① $4xy$ ② $2x^2y$ ③ $3xy^2$ ④ $\frac{y}{3x}$ ⑤ $\frac{27y^3}{x^2}$

해설

$$\begin{aligned}(2x^2y^3)^2 \times \boxed{} \div 4x^2y^3 &= (3y^2)^3 \\ \boxed{} &= (3y^2)^3 \div (2x^2y^3)^2 \times 4x^2y^3 \\ &= 27y^6 \times \frac{1}{4x^4y^6} \times 4x^2y^3 \\ &= \frac{27y^3}{x^2}\end{aligned}$$

7. 식 $(3x - 2y - 1) - (x - 3y - 4)$ 을 간단히 하면?

① $2x - 3y - 5$

② $2x - 2y - 5$

③ $2x - 2y + 4$

④ $2x + y + 3$

⑤ $2x + 2y + 3$

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y - 1) - (x - 3y - 4) \\ &= 3x - 2y - 1 - x + 3y + 4 \\ &= 2x + y + 3 \end{aligned}$$

8. $2x - 3[x + 3y - 2\{x + 2(-y + x)\}] = ax + by$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① 7

② 10

③ 21

④ 38

⑤ 52

해설

$$\begin{aligned} & 2x - 3[x + 3y - 2\{x + 2(-y + x)\}] \\ &= 2x - 3\{x + 3y - 2(x - 2y + 2x)\} \\ &= 2x - 3(x + 3y - 2x + 4y - 4x) \\ &= 2x - 3x - 9y + 6x - 12y + 12x \\ &= 17x - 21y \\ \therefore a - b &= 17 - (-21) = 38 \end{aligned}$$

9. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ & x \text{의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\ & 14a + b = 21 \\ & \therefore a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. $3(2x + y - 2) + (-2x^2 + 2xy + 4x) \div \frac{x}{2}$ 를 간단히 하였을 때, x, y 계수들의 합을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} & 3(2x + y - 2) + (-2x^2 + 2xy + 4x) \div \frac{x}{2} \\ &= 6x + 3y - 6 + (-2x^2 + 2xy + 4x) \times \frac{2}{x} \\ &= 6x + 3y - 6 - 4x + 4y + 8 = 2x + 7y + 2 \\ &\therefore 2 + 7 = 9 \end{aligned}$$

11. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \textcircled{㉓}}{5^2 \times \textcircled{㉔}} = \frac{\textcircled{㉕}}{100} = \textcircled{㉖}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

12. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

- ① (유한소수)×(순환소수)=(순환소수)
- ② (순환소수)÷(유한소수)=(순환소수)
- ③ (유한소수)+(순환소수)=(순환소수)
- ④ (유한소수)-(순환소수)=(순환소수)
- ⑤ (순환소수)÷(순환소수)=(순환소수)

해설

항상 성립하지 않는 것의 반례를 찾아보면

① $0.3 \times 0.\dot{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{10} = 0.1$

⑤ $0.\dot{3} \div 0.\dot{3} = 1$

따라서 옳은 것은 ②, ③, ④이다.

14. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 5^5 \div 5^a &= 5^{5-a} = 5^2 \\ 5 - a &= 2 \quad \therefore a = 3 \\ 5 \times 5^b &= 5^4, 5^{b+1} = 5^4 \\ b + 1 &= 4 \quad \therefore b = 3 \\ a &= 3, b = 3 \\ \therefore a - b &= 0 \end{aligned}$$

15. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에
알맞은 수는?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b = 2a$$

$$\begin{aligned}\square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2\end{aligned}$$

16. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

17. $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right) = ax^2 + bx + c$ 에서 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right) \\ &= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \\ &= -x^2 + x - 3 \\ & \text{이므로 } a + b + c = (-1) + 1 + (-3) = -3 \end{aligned}$$

18. $(ax-2)(7x+b)$ 를 전개한 식이 $cx^2+10x-16$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned}(ax-2)(7x+b) &= 7ax^2 + (ab-14)x - 2b \\ 7ax^2 + (ab-14)x - 2b &= cx^2 + 10x - 16 \\ -2b &= -16, \therefore b = 8 \\ ab-14 = 10, 8a-14 = 10, 8a &= 24, \therefore a = 3 \\ 7a = c, \therefore c &= 21 \\ \therefore a = 3, b = 8, c &= 21 \\ \therefore a+b+c &= 32\end{aligned}$$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = x^2 - 9$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

해설

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = 9 - x^2$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

20. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+3)(x+a)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-12$ 이다. 이때 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$(x+3)(x+a) = x^2 + (a+3)x + 3a$ 가 $x^2 + bx - 12$ 이므로 $a+3 = b, 3a = -12$ 이다.
따라서 $a = -4, -4+3 = b, b = -1$ 이다.

21. $(2x + a)(bx - 3) = 8x^2 + cx - 9$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$2bx^2 + (ab - 6)x - 3a = 8x^2 + cx - 9$$

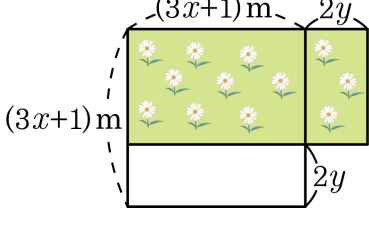
$$-3a = -9 \Rightarrow a = 3$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c = ab - 6 \Rightarrow c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 13$$

22. 철호네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $(3x+1)\text{m}$ 인 정사각형의 꽃밭을 가로 길이는 $2y\text{m}$ ($3x > y$) 늘이고, 세로 길이는 $2y\text{m}$ 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



- ① $9x^2 + 1 + 4y^2 + 6x + 4y + 12xy(\text{m}^2)$
- ② $9x^2 + 1 + 4y^2 + 6x - 4y - 12xy(\text{m}^2)$
- ③ $9x^2 + 6x + 1 - 4y^2(\text{m}^2)$
- ④ $6x^2 + 6x + 1 - 4y^2(\text{m}^2)$
- ⑤ $9x^2 + 1 + 4y^2(\text{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로 길이는 $\{(3x+1) + 2y\}\text{m}$, 세로 길이는 $\{(3x+1) - 2y\}\text{m}$ 이다.
따라서 변화된 꽃밭의 넓이는
 $\{(3x+1) + 2y\} \{(3x+1) - 2y\}$
 $= (3x+1)^2 - 4y^2$
 $= 9x^2 + 6x + 1 - 4y^2(\text{m}^2)$

23. $\frac{4a^2b^2 - \square}{-2ab^2} = -2a + 4ab$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식은?

① $-8a^3b^2$

② $-8a^3b^3$

③ $-8a^2b^3$

④ $8a^3b^2$

⑤ $8a^2b^3$

해설

$\frac{4a^2b^2 - \square}{-2ab^2} = -2a + 4ab$ 에서 빈 칸에 들어갈 식을 A 로 놓자.

$$4a^2b^2 - A = -2ab^2(-2a + 4ab)$$

$$A = 4a^2b^2 + 2ab^2(-2a + 4ab)$$

$$= 4a^2b^2 + 8a^2b^3 - 4a^2b^2 = 8a^2b^3$$

24. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▶ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배

해설

원기둥 부피 : $a^2\pi \times b = a^2b\pi$

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3}b^2\pi \times a = \frac{1}{3}ab^2\pi$

$$\therefore \frac{a^2 b \pi}{\frac{1}{3} a b^2 \pi} = \frac{3a}{b} \text{ (॥)}$$

25. $x = \frac{4}{9}$ 일 때, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{a}{b}$ 에서 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 14

해설

$x = \frac{4}{9}$ 이고

$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1} = \frac{a}{b}$ 이다.

$\therefore \frac{-1}{x-1} = \frac{-1}{-\frac{5}{9}} = \frac{9}{5}$

$\therefore a + b = 5 + 9 = 14$ 이다.

26. $\frac{a-3b}{3} - \frac{3a-5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = \frac{2}{3}b$
④ $a = \frac{10}{29}b$

② $a = -\frac{2}{3}b$
⑤ $a = \frac{15}{29}b$

③ $a = \frac{4}{27}b$

해설

양변에 12를 곱하면

$$4(a-3b) - 3(3a-5b) = 12(2a-b)$$

$$4a - 12b - 9a + 15b = 24a - 12b$$

$$\therefore 29a = 15b$$

$$\therefore a = \frac{15}{29}b$$

27. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

28. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22
개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

29. x 가 $1 < x \leq 20$ 인 자연수일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 x

의 값이 합은?

- ① 60
- ② 62
- ③ 65
- ④ 68
- ⑤ 70

해설

x 가 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 된다.

30. $\frac{4567}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\overline{13}$$
$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$
$$\therefore a + b + c + d = 14$$

31. $\frac{15}{37}$ 의 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, 다음 계산결과를 자연수로 나타내어라.

$$x_1 + x_2 + 0.x_6 + 0.x_{58}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{15}{37} = 0.\dot{4}0\dot{5}$$
$$(\text{준식}) = 4 + 0 + 0.5 + 0.4 = 5$$

32. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15
- ② 16
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

33. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3 , 4 , 5 , 6 , 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

34. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

35. 자연수 n 에 대하여, 다음 식을 계산하면 얼마인가?

$1^{2n} + (-1)^{2n} + 1^{4n} + (-1)^{4n} + 1^{6n} + (-1)^{6n}$

- ① -6
- ② -3
- ③ 0
- ④ 3
- ⑤ 6

해설

$1^n = 1$, $(-1)^{2n} = \{(-1)^2\}^n = 1^n = 1$ 이므로,
 $1^{2n} + (-1)^{2n} + 1^{4n} + (-1)^{4n} + 1^{6n} + (-1)^{6n} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$ 이다.

36. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

37. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$
따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

38. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3-p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7-q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p+q = 11$$

39. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = x^2y$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.

$$3a\star X = 12a^2b \text{ , } Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$3a\star X = 12a^2b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2X = 12a^2b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b$$

40. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

41. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

42. $a < b < c < 9$ 인 자연수 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a} \times k = 0.0\dot{b}$, $0.0\dot{b} \times k = 0.00\dot{c}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

$$k = \frac{b}{90} \div \frac{a}{9} = \frac{b}{10a}, k = \frac{c}{900} \div \frac{b}{90} = \frac{c}{10b} \text{ 이므로 } k = \frac{b}{10a} = \frac{c}{10b}$$

이다.

$$\therefore b^2 = ac$$

$0 < a < b < c < 9$ 인 정수이므로, $a = 1, b = 2, c = 4$

$$\therefore 0.\dot{a} = \frac{1}{9}, 0.0\dot{b} = \frac{2}{90}, 0.00\dot{c} = \frac{4}{900}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{b}{10a} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

43. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9$ 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B - D) \times (C - A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6	$\frac{A}{(3^2)}$	3^7	3^6
9	5	1	$\frac{B}{(3^9)}$	3^5	3
4	3	8	3^4	$\frac{C}{(3^3)}$	$\frac{D}{(3^8)}$

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다.

(왼쪽 마방진)

밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.

따라서 $A(3^2), B(3^9), C(3^3), D(3^8)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore (B - D) \times (C - A) &= (3^9 - 3^8) \times (3^3 - 3^2) \\ &= (3 \times 3^8 - 3^8) \times (3 \times 3^2 - 3^2) \\ &= (2 \times 3^8) \times (2 \times 3^2) \\ &= 4 \times 3^{10} \\ &= 236196 \end{aligned}$$

44. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

㉠ $\frac{2}{9}$

㉡ $\frac{2}{5}$

㉢ $\frac{1}{5}$

㉣ $\frac{5}{2}$

㉤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

45. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 와 같이

정의할 때, $\begin{vmatrix} x+2y & x-y \\ 3(x-2y) & 2y-x \end{vmatrix} = 2Ax^2 - 3Bxy + 2Cy^2$ 을 만족하는

A, B, C 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -3$

▷ 정답 : $C = -1$

해설

$\begin{vmatrix} x+2y & x-y \\ 3(x-2y) & 2y-x \end{vmatrix}$ 을 정의대로 계산하면
 $(x+2y)(2y-x) - (x-y)(3x-6y)$
 $= 2xy - x^2 + 4y^2 - 2xy - 3x^2 + 6xy + 3xy - 6y^2$
 $= -4x^2 + 9xy - 2y^2$
 $2Ax^2 - 3Bxy + 2Cy^2 = -4x^2 + 9xy - 2y^2$ 이므로
 $2A = -4$ 에서 $A = -2$
 $-3B = 9$ 에서 $B = -3$
 $2C = -2$ 에서 $C = -1$

46. $x^2 - x - 7 = 0$ 일 때, $(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

$x^2 - x - 7 = 0$ 은 $x^2 - x = 7$ 로 정리한다.

$$(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$$

$$= (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12)$$

$$= (7 - 2)(7 - 6)(7 - 12)$$

$$= -25$$

47. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x + y)^{100}(x - y)^{102}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x + y)^{100}(x - y)^{100}(x - y)^2 \\ &= (x^2 - y^2)^{100}(x - y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 를 대입하면

$$(\text{주어진 식}) = (-1)^{100} \times 2^2 = 4$$

48. $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$ 일 때, $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$\frac{y}{x} = A$, $\frac{x}{y} = \frac{1}{A}$ 이라 하면

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \text{ 는 } A^2 + \frac{1}{A^2} = 2 ,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

49. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\frac{5x^2}{2x^2 + 3y^2} - \frac{y^2}{3x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{17}{22}$

해설

$$x : y = 3 : 4$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5x^2}{2x^2 + 3 \times \frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2 - \frac{16}{9}x^2} \\&= \frac{5x^2}{\frac{22}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2} \\&= \frac{3}{22} - \frac{16}{11} \\&= -\frac{17}{22}\end{aligned}$$

50. $3^{20} = k$ 라 할 때, $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19}$ 을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{k-1}{2}$

해설

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = S \cdots \textcircled{A}$ 라 하고 양변에 3 을 곱하면

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{20} = 3S \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{B} - \textcircled{A}$ 을 하면 $-1 + 3^{20} = 2S$

$$\therefore S = \frac{3^{20} - 1}{2}$$

$$\therefore 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = \frac{k-1}{2}$$