

1. 두 직선  $3x + 2y + 1 = 0$ ,  $x + 3y - 2 = 0$ 의 교점과 직선  $3x - y + 2 = 0$  사이의 거리를 구하면?

①  $\frac{\sqrt{7}}{5}$

②  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

③  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

④  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

해설

$$3x + 2y + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x + 3y - 2 = 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 3 \text{에서 } -7y + 7 = 0$$

$$\therefore y = 1, x = -1$$

따라서, 교점의 좌표는  $(-1, 1)$ 이다.

점  $(-1, 1)$ 과 직선  $3x - y + 2 = 0$

사이의 거리  $d$ 는

$$d = \frac{|3 \times (-1) - 1 + 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

2. 두 직선  $4x + 3y - 1 = 0$  과  $4x + 3y + 5 = 0$  과의 거리를  $d$  라 할 때  $5d$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선  $4x + 3y - 1 = 0$  위의 한 점 이를테면  
(1, -1) 로부터 직선  $4x + 3y + 5 = 0$  에  
이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

3.  $x$ 축 위의 점 P로부터 직선  $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를  $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{은 } l = 2 - (-3) = 5$$

4. 원점에서 거리 1 이고, 점  $(1, 2)$  를 지나는 직선의 방정식이  $ax + by + c = 0$  으로 표현될 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면? (단,  $b \neq 0$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

점  $(1, 2)$  를 지나는 직선은

$$y = m(x - 1) + 2 \text{ 에서,}$$

$$mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{7}$$

여기서  $(0, 0)$  에 이르는 거리가 1 이므로

$$\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{양변을 제곱하여 정리하면, } m = \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{7} \text{ 에 대입하여 정리하면, } \frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$$

5. 좌표평면 위에서 원점과 직선  $x - y - 3 + k(x + y) = 0$  사이의 거리를  $f(k)$  라 할 때,  $f(k)$  의 최대값은? (단,  $k$  는 상수이다.)

①  $\frac{3}{2}$

②  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

④  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$  에서

$$(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서  $f(k)$  는 분모가 최소일 때  
최대가 되므로  $f(k)$  의 최대값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

6. 서로 평행한 두 직선  $2x + y = 1$ ,  $2x + y = a$  사이의 거리가  $\sqrt{5}$  일 때, 양수  $a$  의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 계산하면 된다.

$2x + y = 1$  의  $(0, 1)$

$$\frac{|2 \times 0 + 1 \times 1 - a|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$$

$$|1 - a| = 5$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

7. 원점 O 에서 직선  $ax - y + 4 = 0$  에 내린 수선의 발을 H 라 한다. 선분 OH 의 길이가 2 가 될 때,  $a^2$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

선분 OH 는 원점과 직선  $ax - y + 4 = 0$  간의 최단거리이므로,

$$\frac{|4|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \overline{OH} = 2$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2$$

$$a^2 + 1 = 4$$

$$\therefore a^2 = 3$$

8. 다음 그림과 같이  $O(0,0)$ ,  $A(4,2)$ ,  $B(1,k)$  를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $OAB$  의 넓이가 4 일 때, 양수  $k$  의 값은?

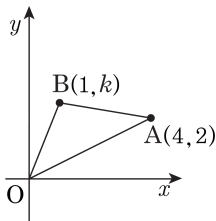
① 2

②  $\frac{5}{2}$

③ 3

④  $\frac{7}{2}$

⑤ 4



### 해설

직선  $OA$  의 방정식은  $x - 2y = 0$  이다.

점  $B(1,k)$  에서 직선  $x - 2y = 0$  까지의 거리

$$h \text{ 는 } h = \frac{|1 \times 1 - 2 \times k|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} (\because k > 0)$$