

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 합성수는 모두 짝수이다.
- ㉡ 3의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
- ㉢ 2는 가장 작은 소수이다.
- ㉣ 짝수인 소수는 2뿐이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ 15는 합성수이지만 홀수이다.

2. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

3. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$
가장 작은 자연수 x 는 2이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

5. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

6. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2^2

③ 2×5

④ 5^2

⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

7. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다. 이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다.
따라서 $a = 5$, $b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

8. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

9. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

- ① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수
④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$
이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를
고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{27} \times 2^{23} = 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4$
 $= (5 \times 2)^{23} \times 625$
 $= 10^{23} \times 625$
따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

10. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (a + 1) = 6 \times (a + 1)$ (개)

$6 \times (a + 1) = 18$ 이므로

$a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

11. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 12 와 C 의 최소공배수는 24 이다. 세 수 A , B , C 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 두 수의 최소공배수인 12 과 C 의 최소공배수가 24 이므로, 세 수 A , B , C 의 최소공배수는 24 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 24 의 배수이다.

12. 두 수 $2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

- ① 30의 약수 ② 30의 배수 ③ 60의 약수
④ 60의 배수 ⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

13. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답: 주 후

▶ 정답 : 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주)마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주)마다 당변이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

14. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.
- ① 70cm ② 80cm ③ 90cm
④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

2) 16 20 8

2) 8 10 4

2) 4 5 2

2 5 1

∴ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$

15. 두 자연수 15 와 18 , 어느 것으로 나누어도 4 가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 94

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \quad 6} \end{array}$$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 6 = 90$

구하는 수는 $90 + 4 = 94$

16. 소인수분해 된 두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수가 40 ,
최소공배수가 4200 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$40 = 2^3 \times 5, \quad 4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$2^a = 2^3 \text{ 이므로 } a = 3,$$

$$5^b = 5 \text{ 이므로 } b = 1, \quad c = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a - b + c = 9 \text{ 이다.}$$

17. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

18. 가로 길이, 세로 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

19. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), \quad C - B = G(c - b)$$

이므로 $B-A$, $C-B$ 의 공약수는 A , B , C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100$, $5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940
 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는
 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.