

1. 제곱근 81 을 A , 81 의 음의 제곱근을 B 라고 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B = 0$

해설

(제곱근 81) = $\sqrt{81} = 9$, $A = 9$ 이고,
(81 의 음의 제곱근) = $-\sqrt{81} = -9$, $B = -9$ 이다.
따라서 $A + B = 9 + (-9) = 0$ 이다.

2. 다음 식의 계산 중 옳은 것은?

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 15$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 8$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = -17$

④ $\sqrt{0.04} \div \sqrt{0.1^2} = 0.2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 5$

해설

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 6 + 12 = 18$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 5 - 3 = 2$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = 10 - 7 = 3$

④ $0.2 \div 0.1 = 2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

3. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2} = -\sqrt{25a^2} + |4a| = -|5a| + |4a| = -a$$

4. 옳은 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } \sqrt{2} \times \sqrt{32} = 8$	$\text{㉡ } 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$
$\text{㉢ } 7\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -14$	$\text{㉣ } 3\sqrt{10} \times 4\sqrt{\frac{2}{5}} = 24$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$\text{㉡ } 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}$$

5. 다음 수를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

② $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

③ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

④ $\sqrt{500} = 5\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$

해설

④ $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

6. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $\sqrt{5} - \sqrt{7} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} = -2\sqrt{5} + \sqrt{7}$

② $\frac{5 + \sqrt{15}}{10} + \frac{\sqrt{15} - 3}{6} = \frac{4\sqrt{15}}{15}$

③ $4\sqrt{2} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

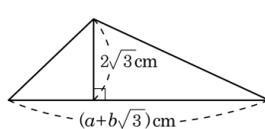
④ $7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + 8\sqrt{5}$

⑤ $7\sqrt{2} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7}{2} = \frac{13\sqrt{2}}{2} - 2$

해설

④ $7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + \frac{7\sqrt{5}}{4}$

7. 다음 그림과 같은 삼각형에서 넓이가 $(9 + 6\sqrt{3})\text{cm}^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 유리수)



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} (\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2}(a + b\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \\ &= a\sqrt{3} + 3b \\ &= 9 + 6\sqrt{3} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$a = 6, b = 3$ 이다.
따라서 $a + b = 3 + 6 = 9$ 이다.

8. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$

② $\sqrt{3} - 0.1$

③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

9. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $-\sqrt{15}$

② $\sqrt{15}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{15}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

10. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
- ㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

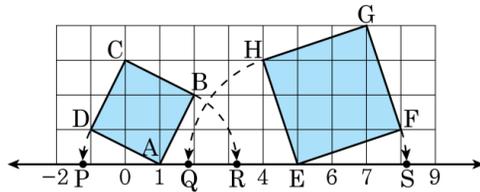
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.
- ㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



- | | |
|---------------------|----------------------|
| ㉠ $P(-\sqrt{2})$ | ㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$ |
| ㉢ $R(1 + \sqrt{5})$ | ㉣ $S(5 + \sqrt{10})$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

12. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1, 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

13. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2}-2$, $b = 2\sqrt{3}-2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $b < c < a$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{18}-2, b = \sqrt{12}-2, c = 2 \\ a-c &= \sqrt{18}-2-2 = \sqrt{18}-4 = \sqrt{18}-\sqrt{16} > 0 \\ \therefore a &> c \\ c-b &= 2-(\sqrt{12}-2) = 4-\sqrt{12} > 0 \\ \therefore c &> b \\ \therefore a &> c > b \end{aligned}$$

14. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$	㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$	㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

- ① ㉠>㉡>㉢>㉣ ② ㉠>㉢>㉡>㉣ ③ ㉠>㉣>㉡>㉢
④ ㉢>㉣>㉠>㉡ ⑤ ㉡>㉠>㉢>㉣

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{㉡ } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

∴ ㉠>㉡>㉢>㉣

15. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, \sqrt{ab} 의 값은?(단, $a > 0$, $b > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

16. $\sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24} \\ &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= -\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ \therefore a - b &= -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

17. $7 < \sqrt{10x} < 9$ 인 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$7 < \sqrt{10x} < 9$, $49 < 10x < 81$
따라서 자연수 $x = 5, 6, 7, 8$

18. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 33 ② 36 ③ 42 ④ 44 ⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$$a = 7 \times 2 \times 3 = 42 \text{ 일 때 최소}$$

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a+b = 42 + 36 = 78$$

19. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

20. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.
따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

21. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

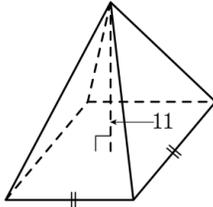
22. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$
④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \text{①} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \text{②} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \text{③} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \text{④} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \text{⑤} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 330 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $3\sqrt{10}$ cm

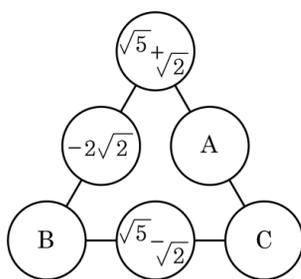
해설

밑면의 한 변의 길이 : x cm

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330, x^2 = 90$$

$$\therefore x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} (\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-2\sqrt{2}$

해설

$$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서}$$

$$\therefore C = 0$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서}$$

$$\therefore A - B = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$$

25. \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(17)} + \frac{1}{f(19)}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{29}{6}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(1), f(3) = 1$

$f(5), f(7) = 2$

$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$

$f(17), f(19) = 4$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \times \frac{1}{1} + 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{4} \\ &= 2 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{29}{6}\end{aligned}$$