

1.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + 1 \\ &= (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ &= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

2.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

### 해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

3. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $-8$

②  $-2$

③  $-16$

④  $4$

⑤  $2$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

4.  $x$ 에 대한 다항식  $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-37$

### 해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고  $P(x)$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

5.  $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$  와 같은 것은?

①  $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

②  $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③  $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④  $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤  $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수  $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$  로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

6.  $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다.  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,

$x = -1$ 일 때,  $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$

따라서,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.

즉,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.

즉,  $f(x) = (x + 1)Q(x)$  몫

$Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 & & -1 & 5 & -6 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
 \end{array}$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$$

$$\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$$

7. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b\end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

8.  $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식  $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

①  $2x - 3$

②  $2x$

③  $3x + 2$

④  $4x$

⑤  $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를  $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

9. 다항식  $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x - 1$  , 나머지가  $-7x - 2$  이다. 다항식  $B = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

### 해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을  $2x - 1$  로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

10. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

①  $\sqrt{11}$

②  $\sqrt{12}$

③  $\sqrt{13}$

④  $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 :  $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 :  $4x + 4y + 4z = 24$

$$\begin{aligned} \text{대각선 : } d^2 &= x^2 + y^2 + z^2 & \therefore d &= \sqrt{14} \\ &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 6^2 - 22 = 14 \end{aligned}$$

11.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12a = 2$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+1} = k \text{ (일정값} = k \text{)} \text{라 놓으면 } 2x+3a = k(4x+1) \text{에서}$$

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

12.  $x^5 + x + 1$ 을  $x + 1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라고 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면  $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \text{㉠}$$

$Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지는  $Q(1)$

$$\text{㉠에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

13. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-x + 4$ 이다. 다항식  $f(x + 1)$ 을  $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 3$

③  $x - 1$

④  $2x$

⑤  $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x + 1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는  $-x + 3$

14.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

15. 세 실수  $a, b, c$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, ab + bc + ca = 1, abc = 1$$

이 때,  $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$a + b + c = 1$ 에서

$a + b = 1 - c, b + c = 1 - a, c + a = 1 - b$

$(a + b)(b + c)(c + a)$

$= (1 - c)(1 - a)(1 - b)$

$= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc$

$= 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

16. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 식이 성립할 때,  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0

② -1

③ 1

④ -10

⑤ 10

해설

우변을 통분하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$$

17. 다음 보기 중  $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$  의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠  $a-b$

㉡  $b+c$

㉢  $a-c$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$

18.  $a - b = 3$ ,  $b - c = 1$  일 때,  $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

① -14

② -12

③ -8

④ -4

⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \dots \textcircled{\Gamma}, \quad b - c = 1 \quad \dots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\Delta} \text{에서 } a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$ab(b - a) + (b - a)\{c^2 - c(b + a)\}$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)\{a(b - c) + c(c - b)\}$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$

19.  $x$ 에 대한 다항식  $x^{10}(x^2 + ax + b)$ 를  $(x - 2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $2^{10}(x - 2)$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $3b - 2a$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x^{10}(x^2 + ax + b) = (x - 2)^2 Q(x) + 2^{10}(x - 2)$$

$$x^{10}(x^2 + ax + b) = (x - 2) \{ (x - 2) Q(x) + 2^{10} \} \text{이므로}$$

$$x^2 + ax + b = (x - 2)(x - \alpha) \text{라 할 수 있다.}$$

$$x^{10}(x - 2)(x - \alpha) = (x - 2) \{ (x - 2) Q(x) + 2^{10} \}$$

$$\therefore x^{10}(x - \alpha) = (x - 2) Q(x) + 2^{10}$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$2^{10}(2 - \alpha) = 2^{10} \therefore \alpha = 1$$

$$\therefore x^2 + ax + b = (x - 2)(x - 1)$$

$$= x^2 - 3x + 2$$

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore 3b - 2a = 12$$

20.  $10^{20} - 4$  과  $10^{30} - 8$  의 최대공약수는 몇 자리의 자연수인가?

① 10자리

② 11자리

③ 12자리

④ 13자리

⑤ 14자리

해설

$$\begin{aligned}10^{20} - 4 &= (10^{10})^2 - 2^2 \\ &= (10^{10} - 2)(10^{10} + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10^{30} - 8 &= (10^{10})^3 - 2^3 \\ &= (10^{10} - 2)(10^{20} + 10^{10} \times 2 + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{최대 공약수는 } 2(10^{10} - 2) = 2 \cdot 10^{10} - 4$$

$\therefore$  11자리수