

1. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ 5x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$ 의 근을 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,

$\alpha + \beta$ 의 최댓값은?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 & \dots \textcircled{1} \\ 5x^2 - y^2 = 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식을 인수분해하면

$$(2x - y)(x - y) = 0 \quad \therefore y = 2x, y = x$$

②식에 대입하면

$$y = 2x \text{ 일 때 } 5x^2 - (2x)^2 = 4, x^2 = 4, x = \pm 2, y = \pm 4$$

$$y = x \text{ 일 때 } 5x^2 - x^2 = 4, 4x^2 = 4, x^2 = 1, x = \pm 1, y = \pm 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 6, -6, 2, -2$$

$$\therefore \alpha + \beta \text{의 최댓값은 } 6$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } x^2 - (y-3)^2 = 0$$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i) $y = -x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii) $y = x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

①을 ②에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

4. 다음 두 방정식이 공통근 α 를 갖는다. 이 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m + 2)x - 4 = 0, x^2 + (m + 4)x - 6 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

두 방정식의 공통근이 α 이므로

$$\alpha^2 + (m + 2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha^2 + (m + 4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } -2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } 1 + m + 2 - 4 = 0$$

$$\therefore m = 1$$

$$\therefore m + \alpha = 2$$

5. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{ 는 실수이므로 } x = -1, y = 2$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$