

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 조밀하여 수직선을 빈틈없이 메운다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 무리수가 없다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 유리수가 없다.
- ④ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.
- ⑤ 수직선은 무리수로 완전히 채울 수 있다.

해설

- ①, ② 서로 다른 유리수와 유리수 사이에는 무한히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 무리수와 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ⑤ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.

2. 이차방정식 $3x^2 - (k-2)x + m = 0$ 의 두 근의 곱이 1, 합이 -2 일 때, 실수 k, m 에 대하여 km 의 값은?

① 6 ② 12 ③ -6 ④ -12 ⑤ 3

해설

$$\text{두 근의 곱 : } 1 = \frac{m}{3}$$

$$\therefore m = 3$$

$$\text{두 근의 합 : } -2 = \frac{k-2}{3}$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore km = (-4) \times 3 = -12$$

3. 이차방정식 $x^2 - 5x + a = 0$ 의 한 근이 2 이고, 다른 한 근이 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 의 한 근일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x + a = 0$ 에 대입하면
 $4 - 10 + a = 0$, $a = 6$ 이다.
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
 $x = 3$ 을 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 에 대입하면
 $b = 18$ 이다.
따라서 $b - a = 18 - 6 = 12$ 이다.

4. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{4}{9}x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

5. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠ $y = -2x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

㉣ $y = 4x^2 - 1$

㉤ $y = 3(x - 1)^2$

① ㉠) - ㉢) - ㉡) - ㉤) - ㉣)

② ㉢) - ㉡) - ㉠) - ㉤) - ㉣)

③ ㉣) - ㉤) - ㉡) - ㉢) - ㉠)

④ ㉣) - ㉤) - ㉡) - ㉠) - ㉢)

⑤ ㉣) - ㉤) - ㉠) - ㉡) - ㉢)

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

6. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

① 8 cm

② $\sqrt{13}$ cm

③ 13 cm

④ $5\sqrt{3}$ cm

⑤ $\sqrt{85}$ cm

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 6, 7, x 라고 두자.

7을 가장 긴 변으로 하면

$7^2 = 6^2 + x^2$ 에서

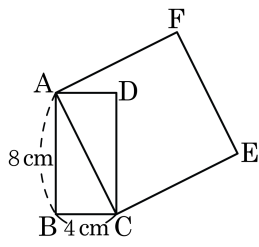
$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \therefore x = \sqrt{13}$

x 를 가장 긴 변으로 하면

$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$

$\therefore x = \sqrt{13}$ 또는 $\sqrt{85}$ (cm)

7. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형 ACEF의 넓이를 구하여라.



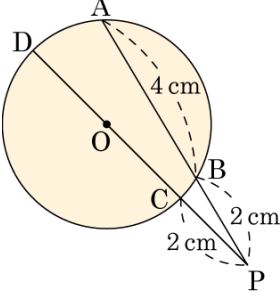
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 80cm²

해설

$\overline{AC}$ 의 길이는
피타고라스 정리에 따라
 $\sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$
정사각형 ACEF의 넓이는 $\overline{AC}^2$ 이므로
 $(4\sqrt{5})^2 = 80(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{OC}$ 의 길이는?



- ① 2 cm ② $\frac{5}{2}$ cm ③ 3 cm ④ $\frac{9}{2}$ cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{OC}$ 의 길이를 x 라고 하면
 $2 \times (2 + 2x) = 2 \times 6 \therefore x = 2$

9. $a\sqrt{2} = \sqrt{128}$, $b\sqrt{2} = \sqrt{0.0162}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{18}{25}$

해설

$$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}, \quad a = 8$$

$$\sqrt{0.0162} = \sqrt{\frac{3^4 \times 2}{10000}} = \frac{9\sqrt{2}}{100}$$

$$b = \frac{9}{100}$$

$$\therefore ab = 8 \times \frac{9}{100} = \frac{18}{25}$$

10. $3x-2$ 이 $3x^2-ax+8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2-ax+8 &= (3x-2)(x+p) \\ &= 3x^2+3px-2x-2p \\ &= 3x^2+(3p-2)x-2p \end{aligned}$$

$-2p=8$, $p=-4$ 이고,

$3p-2=-a$, $a=14$ 이다.

11. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

- ① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

12. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

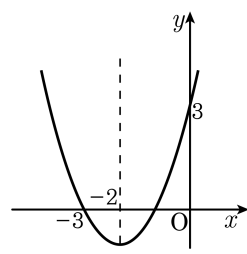
$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$

두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

14. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

15. 다음 중 계산이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{2}$

② $\sin 0^\circ \times \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \times \tan 45^\circ = 1$

③ $\cos 0^\circ \times \sin 90^\circ - \tan 45^\circ \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

④ $\sin 60^\circ \times \sin 0^\circ + \cos 30^\circ \times \cos 0^\circ = 1$

⑤ $\sin 90^\circ \times \cos 60^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{1}{2}$

해설

① (준식) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

② (준식) $= 0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

③ (준식) $= 1 \times 1 - 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

④ (준식) $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ (준식) $= 1 \times \frac{1}{2} - 0 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2}$

16. $0^\circ < x < 90^\circ$ 에 대하여 $\cos(2x - 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족하는 x 의 크기는?

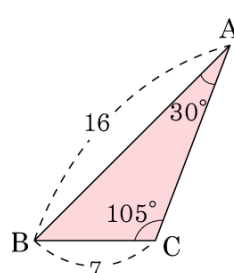
- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$2x - 10^\circ = 30^\circ$ 이다.
 $\therefore x = 20^\circ$

17. 다음 삼각형의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때,
 $a \div b$ 의 값은?

- ① 10 ② 14 ③ 20
④ 26 ⑤ 30



해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 S 라 하면,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 28, \quad b = 2$$

$$\therefore a \div b = \frac{28}{2} = 14$$

18. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

19. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

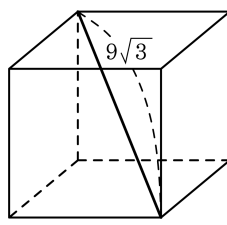
④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3}, a = 9 \quad \therefore V = 9^3 = 729$$

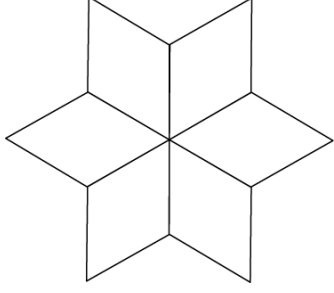
21. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90^\circ - 3\cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$
 $a + 2 + 8 = 0$, $a = -10$

22. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\text{cm}^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$360^\circ \div 6 = 60^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$$3 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9}{2} \sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2} \sqrt{3} \times 6 = 27 \sqrt{3} (\text{cm}^2)$

$\therefore a + b = 27 + 3 = 30$ 이다.

- 23.** $4x^2 - 36[x] + 45 = 0$ 을 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$36[x]$ 는 짝수, $36[x]+45$ 는 홀수이므로 $4x^2$ 은 홀수이어야 한다.

따라서 $4x^2 = 2m + 1$ 이라 하면, $x = \frac{\sqrt{2m+1}}{2}$ (단, m 은 음이 아닌 정수)

$$4\left(\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right)^2 - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$(2m+1) - 36 \left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right] + 45 = 0$$

$$\left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor = \frac{m+23}{18}$$

$$\frac{m+23}{9} \leq \sqrt{2m+1} < \frac{m+41}{9}$$

각 변을 제공하며 $(m-58)^2 \leq$

 $(m - 40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 이 모든 시스템에 대해서 성립

$(m - 40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 인 모든 실수에 대해서 성립하므로 $m \neq 40$ 이다.

$$(m-58)^2 \leq 54^2 \text{ 를 보면 } (m-58)^2 - 54^2 \leq 0, 4 \leq m \leq 112$$

$m \neq 40$ 이므로 $4 \leq m < 40$, $40 < m \leq 112$ 이다.

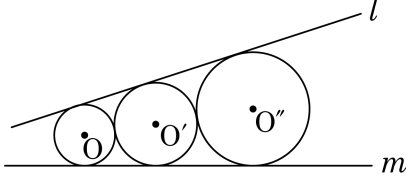
이 중에서 $\frac{m+23}{18}$ 이 정수인 것은,

18

$m = 13, 31, 49, 67, 85, 103$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{27}}{2}, \frac{\sqrt{63}}{2}, \frac{\sqrt{99}}{2}, \frac{\sqrt{135}}{2}, \frac{\sqrt{171}}{2}, \frac{\sqrt{207}}{2} \text{ (6 개)}$$

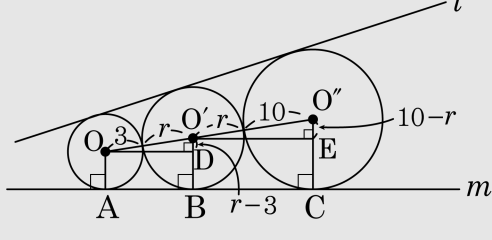
24. 다음 그림과 같이 세 개의 원이 서로 외접하고 두 직선 l , m 은 공통외접선이다. 두 원 O , O'' 의 반지름의 길이가 각각 3, 10 일 때, 원 O' 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30π

해설



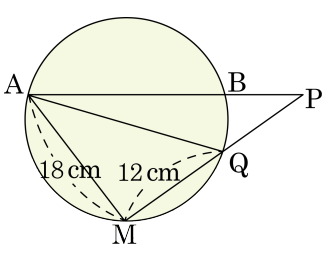
다음 그림에서 원 O' 의 반지름의 길이를 $r-3$ 이라 하면 $\overline{OO'} = 3+r$, $\overline{O'D} = r-3$
 $\overline{O'O''} = 10+r$, $\overline{O''E} = 10-r$
 이때 $\triangle ODO' \sim \triangle O'E O''$ (AA닮음) 이므로
 $\overline{OO'} : \overline{O'D} = \overline{O'O''} : \overline{O''E}$
 $(3+r) : (r-3) = (10+r) : (10-r)$
 $(r-3) \times (10+r) = (10-r) \times (3+r)$,
 $2r^2 = 60$, $r^2 = 30$
 $\therefore r = \sqrt{30}$ ($\because r > 0$)
 따라서 원 O' 의 넓이는 $(\sqrt{30})^2 \times \pi = 30\pi$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 M은 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의
중점이고, $\overline{AM} = 18\text{ cm}$, $\overline{MQ} =$
 12 cm 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

- ① 14 cm

② 15 cm
- ③ 16 cm

④ 17 cm
- ⑤ 18 cm



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{MB}$ 이므로
 $\angle AQM = \angle MAB$
 $\angle QAM = \angle MAB - \angle QAP$
 $= \angle AQM - \angle QAP = \angle APM$
따라서, $\overline{AM}$ 은 세 점 A, Q, P를
지나는 원의 접선이다. $\overline{PQ} = x$ 라
하면 $18^2 = 12(12 + x)$
 $\therefore x = 15\text{ (cm)}$

