

1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

2. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

- ① $-x^4y^5$ ② xy^5 ③ $-x^5y^4$ ④ $-xy^5$ ⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

4. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

5. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

7. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$
- ② 3의 허수부분은 0이다.
- ③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.
- ④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.
- ⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

8. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

9. 등식 $(x-2) + (2y+3)i = -7i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x-2 &= 0, \quad 2y+3 = -7 \\ \therefore x &= 2, \quad y = -5 \end{aligned}$$

10. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{3+11i} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

11. $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ $-\frac{i}{2}$

④ $\frac{1-i}{2}$

⑤ $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

12. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

13. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

- ① $2+i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1+\sqrt{3}i$ 의 켤레복소수는 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1-\frac{1}{i} = 1+i$ 복소수 (×)

14. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

16. 이차함수 $y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x) = 9x^2 + 12x - 1$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$$p = -\frac{2}{3}, q = -5$$

$$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이
 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로
 $y = a(x - 2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$
위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로
 $-4a = b, 4a + 5 = -3$
 $\therefore a = -2, b = 8$
 $\therefore a + b = 6$

18. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x - m)^2 + n$ 의 꼴로 변형하여 그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

꼭짓점 : $x = 1$ 일 때 $y = -4$

$$\text{양끝점 : } \begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$$

$x = 4$ 에서 최댓값 5, $x = 1$ 에서 최솟값 -4

19. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

20. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

21. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

22. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

23. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

25. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)