

1. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

3. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

4. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

5. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

① 13 과 15

② 19 와 21

③ 16 와 27

④ 5 와 30

⑤ 7 과 11

해설

④ 5 와 30 의 최대공약수는 5 이다.

6. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수 6이다.

7. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$A(24) = (3 + 1) \times (1 + 1) \\ = 4 \times 2 = 8$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

8. $\frac{n}{18}, \frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.
- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18 과 24 의 공배수이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

9. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

10. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$
④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

11. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$

12. 25의 소인수의 개수와 156의 소인수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
25의 소인수는 5, 156의 소인수는 2, 3, 13
 $\therefore 1 + 3 = 4$

13. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{ 에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

14. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

15. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

16. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이를 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36cm

해설

12와 18의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36cm 이다.

17. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3

최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

18. $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, 180 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 2^2

③ 6

④ 9

⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

19. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

- ① 사과 3개, 귤 2개, 배 4개 ② 사과 4개, 귤 2개, 배 6개
③ 사과 3개, 귤 3개, 배 5개 ④ 사과 4개, 귤 3개, 배 5개
⑤ 사과 3개, 귤 2개, 배 5개

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 사과 4개, 귤 3개, 배 5개이다.

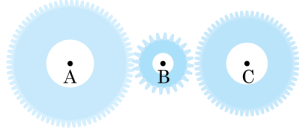
20. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?

- ① 30 ② 100 ③ 150 ④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로
420 의 배수를 찾는다.

21. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A, B, C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \quad 24 \quad 60 \\ 2 \overline{) 36} \quad 12 \quad 30 \\ 3 \overline{) 18} \quad 6 \quad 15 \\ 2 \overline{) 6} \quad 2 \quad 5 \\ \quad 3 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

∴ 6 바퀴

22. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$
최대공약수는 3 이다.

23. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

24. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

25. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(m) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(m) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)