

1. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

2. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

3. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$

해설

① $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3})$
 $= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6})$
 $= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6}$
 $= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 $= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2})$
 $= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$
 $= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$
 $= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$
 $= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $= 14 - 24 + 1 = -9$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2})$
 $= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2$

5. 신의는 한 변의 길이가 각각 $x\text{ cm}$, $y\text{ cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

6. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\&= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\&= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\&= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} \\&= \frac{\sqrt{2}}{2} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

8. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

9. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0 개
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 3 개
- ⑤ 4 개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

10. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

11. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

12. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

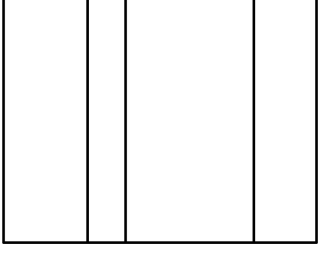
- ㉠ $-\frac{7}{8}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{8}$ ㉣ 1 ㉤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

13. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

14. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{1}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

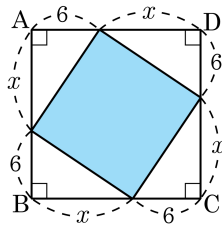
위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

15. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. 어두운 부분의 넓이가 100 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

색칠된 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{6^2 + x^2}$ 이므로

$$x^2 + 6^2 = 100, x^2 = 64$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

16. 세 변의 길이가 각각 a , $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$

② $0 < a < 4$

③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$

⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.

a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.

$$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$$

$$a^2 - 8a < 0, a(a-8) < 0$$

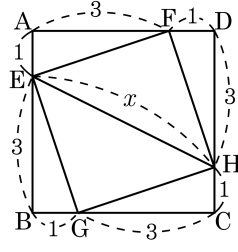
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a-8 < 0 \therefore a < 8$

또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) $<$ (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a+1 < a+2a-1 \therefore a > 2$

따라서 $2 < a < 8$

17. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$



해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\therefore x = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$$

18. 다음 직각삼각형에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?

- ①

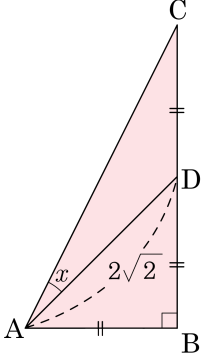
$\frac{3\sqrt{10}}{10\sqrt{10}}$
- ②

$\frac{\sqrt{10}}{10\sqrt{3}}$
- ③

$\frac{3}{10}$
- ④

$\frac{10\sqrt{10}}{3}$
- ⑤

$\frac{10\sqrt{3}}{3}$



해설

$$\cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD} = 2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle ACD = \triangle ABC - \triangle ABD = 2$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{DH} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \overline{DH} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \overline{AH} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DH}^2} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$\text{따라서 } \cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{6}{\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ 이다.}$$

19. $45^\circ \leq A < 90^\circ$ 이고 $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{30}{17}$ 을 만족하는 A 에 대해서 $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라.

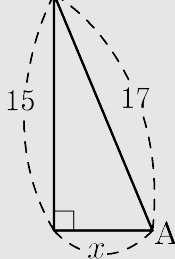
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{17}$

해설

$45^\circ \leq A < 90^\circ$ 이므로 $0 < \cos A \leq \sin A$

$$\begin{aligned} &\therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} \\ &= \sin A + \cos A - \cos A + \sin A \\ &= 2 \sin A = \frac{30}{17} \\ &\therefore \sin A = \frac{15}{17} \end{aligned}$$

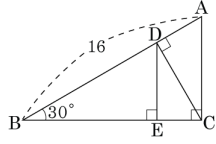


그림에서 $x = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로

$$\cos A = \frac{8}{17}, \tan A = \frac{15}{8}$$

$$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{8}{17} \times \frac{15}{8} = \frac{15}{17}$$

20. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90^\circ$ 인 직각 삼각형 ABC 가 있다. 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D , 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\overline{AB} = 16$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

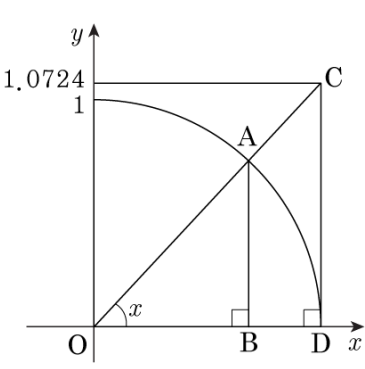
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{16} = \frac{1}{2}$, 따라서 $\overline{AC} = 8$ 이다.

$\triangle ADC$ 에서 $\angle ACD = 30^\circ$ 이므로 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{CD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 따라서 $\overline{CD} = 4\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle DEC$ 에서 $\angle CDE = 30^\circ$ 이므로 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{EC}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$, 따라서 $\overline{EC} = 2\sqrt{3}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

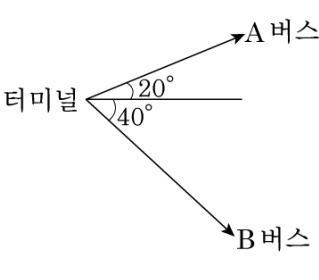
- ① 0.6821
- ② 0.6947
- ③ 0.7193
- ④ 0.7314
- ⑤ 0.9325

해설

1) $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$
 $\therefore x = 47^\circ$

2) $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \cos 47^\circ = 0.6821$

22. 터미널에서 같은 시각에 출발하는 버스 A, B 가 있다. A 버스는 시속 60km 로 북동쪽 20° 방향으로 직진하고 B 버스는 시속 90km 로 남동쪽 40° 방향으로 직진한다면, 터널에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 두 버스 사이의 거리는?



- ① $41\sqrt{7}$ km ② $42\sqrt{7}$ km ③ $43\sqrt{7}$ km
 ④ $44\sqrt{7}$ km ⑤ $45\sqrt{7}$ km

해설

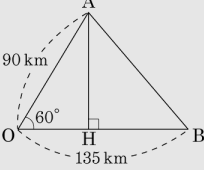
$$1\text{시간 } 30\text{분} = \frac{3}{2}\text{시간}$$

$$\left(\frac{3}{2}\text{시간 동안 A버스가 간 거리}\right)$$

$$= 60 \times \frac{3}{2} = 90(\text{km})$$

$$\left(\frac{3}{2}\text{시간 동안 B버스가 간 거리}\right)$$

$$= 90 \times \frac{3}{2} = 135(\text{km})$$



점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

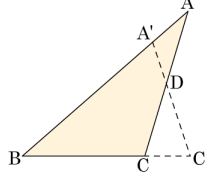
$$\overline{AH} = 90 \sin 60^\circ = 45\sqrt{3}(\text{km})$$

$$\overline{OH} = 90 \cos 60^\circ = 45(\text{km})$$

$$\therefore \overline{BH} = 135 - 45 = 90(\text{km})$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2} = \sqrt{(45\sqrt{3})^2 + 90^2} \\ &= \sqrt{45^2(3 + 4)} = 45\sqrt{7}(\text{km}) \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이를 25 % 줄이고 다른 한 변의 길이는 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들었더니 그 넓이는 줄고 $\triangle AA'D$ 와 $\triangle CC'D$ 의 넓이의 차가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 $\frac{1}{10}$ 이었다. 늘인 한 변은 몇 % 늘였는지 구하여라.



▶ 답: %

▶ 정답 : 20 %

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하고 $\overline{BC}$ 의 길이를 $a\%$ 늘였다면

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2}xy \sin B \\ &= \triangle AA'D + \square A'BCD \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$$= \triangle AA'D + \square A'BCD \dots (7)$$

$$(\triangle A'BC' \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}x \times \frac{(100+a)}{100}y \times \sin B$$

$$= \Delta CC'D + \square A'BCD \dots \textcircled{L}$$

㉠ - ㉡ 하면

$$(\angle ABC = \angle A'BC') \Rightarrow (\angle AA'D = \angle CC'D)$$

$$= \frac{1}{2}xy \sin B \times \frac{1}{10}$$

$$\therefore (\Delta A'BC' \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}xy \sin B \times \frac{9}{10}$$

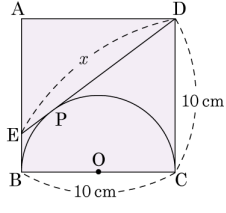
$$= \frac{1}{2}xy \sin B \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{100+a}{100} \right)$$

$$\frac{9}{10} = \frac{300 + 3a}{400}$$

$$\frac{10}{3600} - \frac{400}{3000} = 30a \quad \therefore a = 20$$

20% 늘었다.

24. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



- ① $\frac{24}{2}$ cm ② $\frac{25}{2}$ cm ③ 13cm
 ④ $\frac{27}{2}$ cm ⑤ 14cm

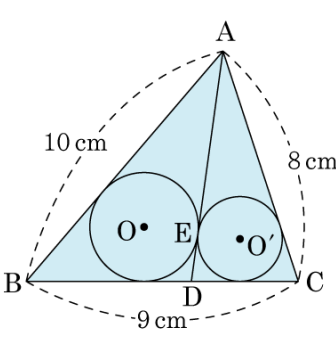
해설

$$\begin{aligned} \overline{EP} &= \overline{EB} = x - 10 \\ \overline{AE} &= 10 - (x - 10) = 20 - x \\ \triangle AED \text{에서} \\ \overline{DE}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2 \\ x^2 &= (20 - x)^2 + 10^2 \\ 40x &= 500 \\ x &= \frac{25}{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

25. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.3 cm
 ③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm

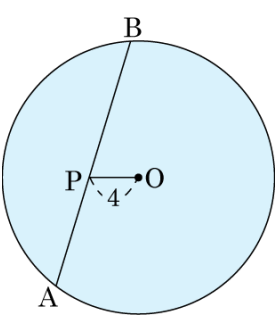


해설

$$\begin{aligned}
 10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} &= 9 \\
 18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} &= 9 \\
 \therefore \overline{AE} - \overline{ED} &= \frac{9}{2} = 4.5(\text{ cm})
 \end{aligned}$$

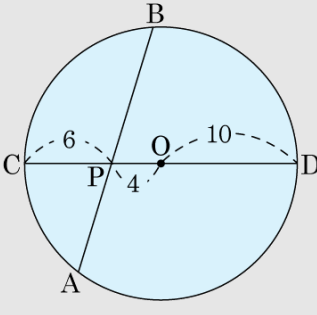
26. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10인 원 O의 현 AB 위에 점 P가 있다. $OP = 4$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PB}$ 의 값은?

- ① 72 ② 74 ③ 78
 ④ 82 ⑤ 84

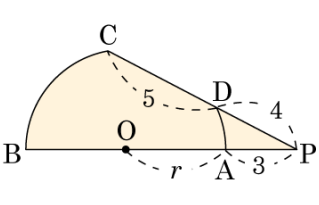


해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} = 6 \times 14 = 84$$



27. 다음은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 반지름 r 를 구 하면?



- ① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

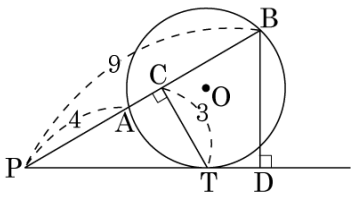
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC} \text{ 이므로 } 3(3 + r + r) = 4(4 + 5)$$

$$9 + 6r = 36$$

$$6r = 27$$

$$\therefore r = 4.5$$

28. 다음 그림과 같이 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만난 점을 각각 T, A, B 라 하고, 점 T에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 C, 점 B에서 $\overrightarrow{PT}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{PA} = 4$, $\overline{PB} = 9$, $\overline{TC} = 3$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4.5

해설

$\overline{PT}^2 = 4 \times 9 = 36 \quad \therefore \overline{PT} = 6$
 $\triangle TPC \sim \triangle BPD$ ($\because$ AA 닮음) 이므로
 $\overline{TP} : \overline{BP} = \overline{TC} : \overline{BD}$
 $6 : 9 = 3 : \overline{BD} \quad \therefore \overline{BD} = 4.5$

29. 양의 무리수 a 의 소수부분을 b 라 하면 $a^2 + b^2 = 7$ 이다. 이 때, a 의 정수부분을 구하여라. (단, $b \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$0 < b < 1$ 이므로 $0 < b^2 < 1$
 $6 < 7 - b^2 < 7$ 이므로 $6 < a^2 < 7$
따라서, $2 < \sqrt{6} < a < \sqrt{7} < 3$ 이므로 a 의 정수부분은 2 이다.

30. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$a+1 = A$, $b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$

31. 양수 a, b 에 대하여. $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$a + b = X$, $ab = Y$ 로 치환하면

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

따라서 $a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10$ 이다.

32. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 p, q 라 하고, $f(n) = p^n + q^n$ 이라 할 때, $af(2009) + bf(2008) + cf(2007)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & ax^2 + bx + c = 0 \text{ 의 두 근을 } p, q \text{ 이므로} \\ & ap^2 + bp + c = 0 \\ & aq^2 + bq + c = 0 \\ \therefore & af(2009) + bf(2008) + cf(2007) \\ &= a(p^{2009} + q^{2009}) + b(p^{2008} + q^{2008}) \\ &\quad + c(p^{2007} + q^{2007}) \\ &= p^{2007}(ap^2 + bp + c) + q^{2007}(aq^2 + bq + c) \\ &= 0 \end{aligned}$$

33. 이차방정식 $ax^2 + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p - k, q - k$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$ax^2 + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이므로 $p + q = 0$

$x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 의 두 근이 $p - k, q - k$ 이므로 $p + q - 2k = 2$

$\therefore k = -1$

34. 이차함수 $f(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{2009}(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f^1(-1) = 0$$

$$f^2(-1) = f(f^1(-1)) = f(0) = -1$$

$$f^3(-1) = f(f^2(-1)) = f(-1) = 0$$

$$f^4(-1) = f(f^3(-1)) = f(0) = -1$$

⋮

$$\therefore f^{2009}(-1) = 0$$

35. 좌표평면 위의 두 점 A(4, 1), B(1, -2) 와 직선 $y = 2x$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{211}{10}$

해설

점 P 의 좌표를 $(a, 2a)$ 라 하면

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$$

$$= (a - 4)^2 + (2a - 1)^2 + (a - 1)^2 + (2a + 2)^2$$

$$= 10a^2 - 6a + 22$$

$$= 10 \left(a - \frac{3}{10} \right)^2 + \frac{211}{10}$$

따라서 $a = \frac{3}{10}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{211}{10}$ 이다.

36. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

- ① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

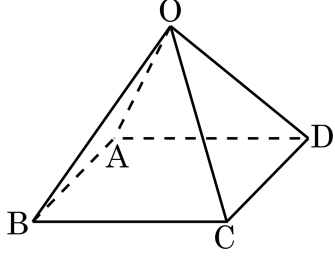
$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

37. 다음과 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 O - ABCD 에서 $\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 6$, $\overline{OC} = 8$ 일 때, 선분 OD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $2\sqrt{11}$

해설

점 O 에서 밑면에 그은 수선의 발과 점 A, B, C, D 사이의 거리를 a, b, c, d 라 하면

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

이때, 사각뿔의 높이를 l , $\overline{OD} = x$ 라 하면

$$a^2 + l^2 = 4^2 \quad (1)$$

$$b^2 + l^2 = 6^2 \quad (2)$$

$$c^2 + l^2 = 8^2 \quad (3)$$

$$d^2 + l^2 = x^2 \quad (4)$$

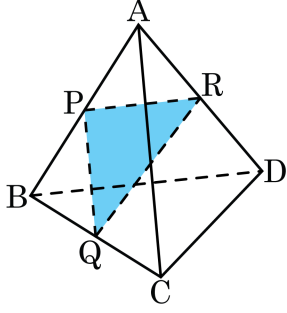
$$(1) + (3) \text{ 를 하면 } a^2 + c^2 + 2l^2 = 4^2 + 8^2$$

$$(2) + (4) \text{ 를 하면 } b^2 + d^2 + 2l^2 = 6^2 + x^2$$

$$\text{그런데, } a^2 + c^2 = b^2 + d^2 \text{ 이므로 } 4^2 + 8^2 = 6^2 + x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$

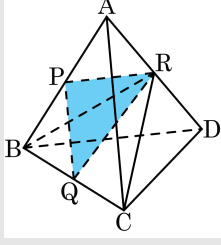
38. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 15 인 정사면체 A-BCD 에서 모서리 AB, BC, AD 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{8}$

해설



$$\overline{PR} = \overline{PQ} = \frac{15}{2}$$

$\triangle RBC$ 는 $\overline{BR} = \overline{RC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle RQC = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\overline{BR}$ 과 $\overline{RC}$ 은 각각 정삼각형 ABD 와 ACD 의 높이이므

로 $\overline{RC} = \overline{BR} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 = \frac{15}{2} \sqrt{3}$ 이고

$$\overline{BQ} = \frac{15}{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{RQ} = \sqrt{\left(\frac{15}{2} \sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2} \sqrt{2}$$

$\overline{PR}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{RQ}^2$ 이므로 $\triangle PRQ$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} = \frac{225}{8}$$

39. $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, 직선 $x \sin A + y \cos A = 0$ 과 수직인 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$y = -\frac{\sin A}{\cos A}x = -x \tan A \text{ 이므로 기울기는 } -\tan A$$

$$\sin A = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } \cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

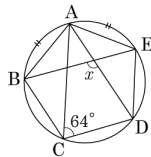
따라서 두 직선이 수직으로 만나려면 기울기의 곱이 -1 이어야 하므로

$$-\tan A \times (\text{수직인 직선의 기울기}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \times$$

(수직인 직선의 기울기) $= -1$ 이다.

따라서 수직인 직선의 기울기는 $2\sqrt{2}$ 이다.

40. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이고 $\angle ACD = 64^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 116 °

해설

□ACDE 에서

□ACDE 에서

□ACDE 에서
 $\angle AED = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$ 이다.
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이므로
 $\angle ABE = \angle BCA = \angle ADE = \angle BEA = \angle y$ 라 하면
 $\angle BED = 116^\circ - \angle y$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle BED + \angle ADE = 116^\circ - \angle y + \angle y = 116^\circ$ 이다.