

1. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다.
(단, 1 은 생각하지 않는다.)

예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$
이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고
 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,

$$17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$$

$$\therefore 360 - 252 = 108$$

2. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

3. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 답: 개

▷ 정답: 15 cm

▷ 정답: 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,

x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

$$45 = 3^2 \times 5, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore x = 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$

$$45 = 15 \times 3, 60 = 15 \times 4, 90 = 15 \times 6$$

$$\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

4. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11

② 36

③ 72

④ 84

⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}} \end{array}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10, b = 1$ 또는 $a = 5, b = 2$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

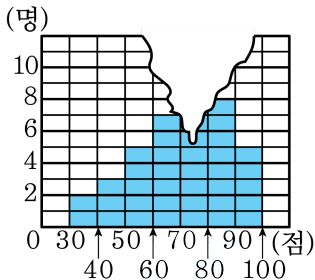
$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

5. 다음은 1 학년 1 반 학생들의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다.
전체 학생이 40 명일 때 수학 성적이 70 점 이상 80 점 미만인 학생은
전체의 몇 % 인지 구하여라.



▶ 답 : %

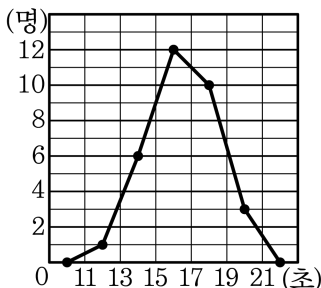
▷ 정답 : 25 %

해설

수학 성적이 70 점 이상 80 점 미만인 학생 : 10 명

$$\therefore \frac{10}{40} \times 100 = 25(\%)$$

6. 다음 그림은 어느 반의 100m 기록을 나타낸 도수분포 다각형이다. 이때, 기록이 15 초 미만인 학생들의 평균은 전체 학생들의 평균의 몇 % 인가?(단, 구하고자 하는 평균은 모두 소수 첫째자리에서 반올림한다.)



- ① 82% ② 85% ③ 86% ④ 87% ⑤ 88%

해설

(15초 미만인 학생들의 평균)

$$= \frac{12 \times 1 + 14 \times 6}{1 + 6}$$

$$= \frac{96}{7}$$

$$= 13.7 \dots$$

$$= 14(\text{점})$$

(전체 학생들의 평균)

$$= \frac{12 \times 1 + 14 \times 6 + 16 \times 12 + 18 \times 10 + 20 \times 3}{1 + 6 + 12 + 10 + 3}$$

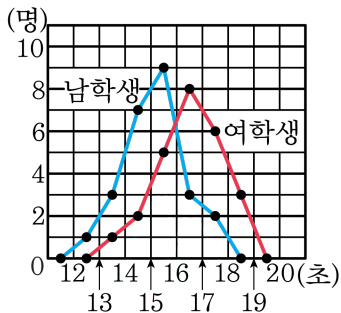
$$= \frac{528}{32}$$

$$= 16.5$$

소수첫째자리에서반올림하면17(점)

따라서 15 초 미만인 학생들의 평균은 전체평균의 $\frac{14}{17} \times 100 = 82.3(\%)$ 이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 82% 이다.

7. 다음 그림은 어느 중학교 1학년 남학생과 여학생의 100m 달리기 기록을 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 두 집단의 전체 평균을 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 15.82초

해설

$$\begin{aligned}
 & (12.5 \times 1 + 13.5 \times 4 + 14.5 \times 9 + 15.5 \times 14 + 16.5 \times 11 + 17.5 \times 8 + 18.5 \times 3) \div 50 \\
 & = 15.82(\text{초})
 \end{aligned}$$

8. 다음 표는 직장인들을 대상으로 일주일 동안 운동하는 시간을 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 운동 시간이 4시간 미만인 직장인이 전체의 25%이다. 운동 시간이 2시간 이상 4시간 미만인 계급의 상대도수가 A , 6시간 이상 8시간 미만인 직장인이 B 일 때, $100A + B$ 를 구하여라.

운동 시간(시간)	도수(명)	상대도수
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	1	
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	4	A
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}		
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	B	0.35
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}		
합계		

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

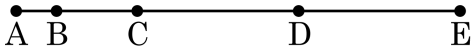
운동 시간이 4시간 미만인 직장인 수는 $1 + 4 = 5$ (명)이고, 전체의 25%라고 하였으므로, 전체 직장인 수는 $\frac{5}{0.25} = 20$ (명)이다.

(상대도수) = $\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$ 를 이용하면,

A 는 $\frac{4}{20} = 0.2$, B 는 $20 \times 0.35 = 7$ (명)이다.

$\therefore 100A + B = 20 + 7 = 27$

9. 그림에서 $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ 이고, D 는 $\overline{CE}$ 의 중점이며, $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{CD}$ 다.
 $\overline{AE} = 22\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

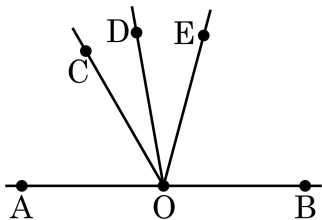
$\overline{AB} = a$ 라 하면

$\overline{BC} = 2a$, $\overline{CD} = 4a$, $\overline{CE} = 8a$

$\overline{AE} = 11a = 22$

$\therefore \overline{AB} = 2 \text{ cm}$

10. 다음 그림에서 $\angle AOD = 4\angle COD$, $\angle BOE = 3\angle DOE$ 일 때, $\angle COE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
—

▷ 정답 : 45°

해설

$$\angle AOD = 4\angle COD$$

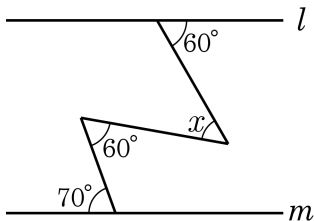
$$\angle BOE = 3\angle DOE \text{ 이므로}$$

$$\angle BOD = 4\angle DOE$$

$$\angle AOD + \angle BOD = 4(\angle COD + \angle DOE) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle COE = \angle COD + \angle DOE = 45^\circ$$

11. 다음 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

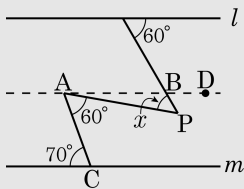
② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설



점 A에서 직선 l 에 평행한 직선을 그으면

$$\angle BAC = 70^\circ (\text{엇각})$$

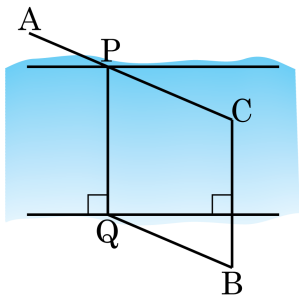
$$\angle BAP = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ$$

$$\angle DBP = 60^\circ (\text{동위각})$$

$$\angle ABP = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\triangle ABP \text{에서 } \angle x = 180^\circ - (10^\circ + 120^\circ) = 50^\circ$$

12. 그림에서 두 지점 A, B 사이에 강폭이 일정한 강이 있다. A 지점에서 B 지점까지 최단거리인 다리($\overline{PQ}$)를 놓으려고 작도를 한 것이다. 제일 먼저 작도해야 하는 것을 찾으려면? (단, 다리는 강에 수직이다.)



① $\overline{AP}$

② $\overline{PQ}$

③ $\overline{BC}$

④ $\overline{PC}$

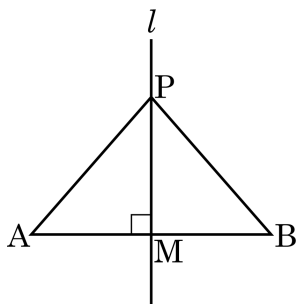
⑤ $\overline{BQ}$

해설

$\overline{BC}$ 를 작도한 다음 점 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 평행한 $\overline{PQ}$ 를 작도한다.

13. 다음 그림과 같이 점 P 가 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 l 위의 한 점일 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 보인 것이다. () 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

보기



$\triangle PAM$ 과 $\triangle PBM$ 에서

$\overline{PM}$ 은 공통변이다...㉠

점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 $\overline{AM} = (\text{㉡})$ 이다...㉢

$\overline{AB} \perp l$ 이므로 $\angle PMA = (\text{㉣}) = 90^\circ \dots \text{㉤}$

㉠, ㉢, ㉤에 의해

$\triangle PAM \cong \triangle PBM$ (㉢ 합동)

이 때, $\overline{PA}$ 에 대응하는 변은 (㉣) 이므로 $\overline{PA} = (\text{㉤})$ 이다.

① $\overline{BM}$

② $\angle PMB$

③ SAS

④ $\overline{PM}$

⑤ $\overline{PB}$

해설

$\triangle PAM$ 과 $\triangle PBM$ 에서

$\overline{PM}$ 은 공통변이다...㉠

점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$ 이다...㉢

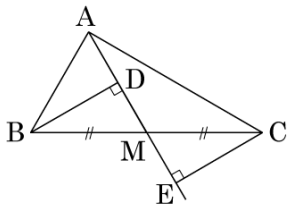
$\overline{AB} \perp l$ 이므로 $\angle PMA = \angle PMB = 90^\circ \dots \text{㉤}$

㉠, ㉢, ㉤에 의해

$\triangle PAM \cong \triangle PBM$ (SAS 합동)

이 때, $\overline{PA}$ 에 대응하는 변은 $\overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 변 BC의 중점을 M, 점 B와 C에서 직선 AM에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 이 합동이 되는 조건은?



- ① SSS 합동 ② SAS 합동
③ ASA 합동 ④ AAA 합동
⑤ 합동이 아니다.

해설

 Δ BDM 과 Δ CEM 에서

$$\textcircled{7} \quad \overline{\text{BM}} = \overline{\text{MC}}$$

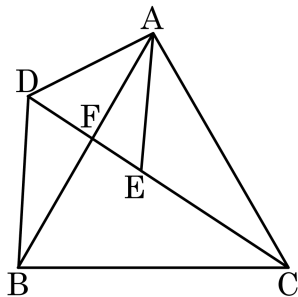
④ $\angle MBD = \angle MCE$ (엇각)

㉔ $\angle BMD = \angle EMC$ (맞꼭지각)

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$$\Delta\text{BDM} \equiv \Delta\text{CEM} \text{ (ASA 합동)}$$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 는 정삼각형이다. $\angle ABD = 35^\circ$ 일 때 각의 크기에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ?



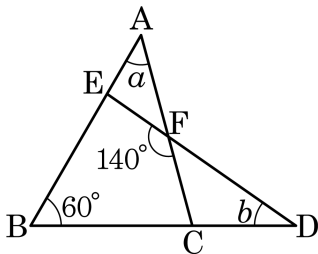
- ① $\angle BDA = 120^\circ$ ② $\angle ACE = 35^\circ$ ③ $\angle AEC = 120^\circ$
 ④ $\angle BFD = 85^\circ$ ⑤ $\angle DFA = 90^\circ$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle BAD = \angle CAE = 60^\circ - \angle FAE$ 이므로
 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동)

- ① $\angle BDA = \angle AEC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 ② $\angle ACE = \angle ABD = 35^\circ$
 ④ $\angle BFD = 180^\circ - (\angle FDB + \angle DBF) = 180^\circ - (60^\circ + 35^\circ) = 85^\circ$

16. 다음 그림에서 $\angle a + \angle b$ 의 크기는?



① 70°

② 80°

③ 90°

④ 100°

⑤ 110°

해설

$$\angle AFE = \angle CFD = 40^\circ$$

$$\angle BEF = \angle a + 40^\circ$$

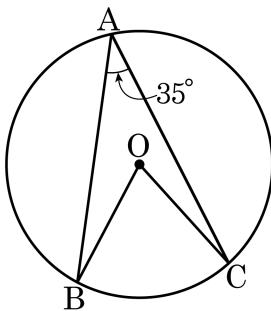
$$\angle BCF = \angle b + 40^\circ$$

□BCFE 에서

$$60^\circ + \angle b + 40^\circ + 140^\circ + \angle a + 40^\circ = 360^\circ$$

$$\angle a + \angle b = 80^\circ$$

17. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = 35^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하면?



① 70°

② 75°

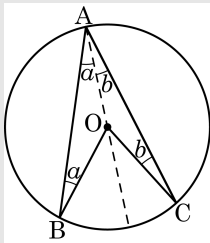
③ 80°

④ 85°

⑤ 90°

해설

다음 그림에서 $\overleftrightarrow{OA}$ 를 그으면 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

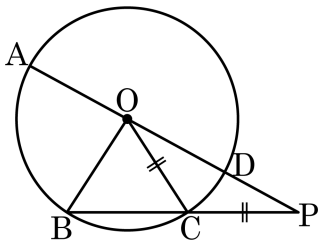


$\angle OAB = a$, $\angle OAC = b$ 라고 하면

$$a + b = 35^\circ$$

$$\angle BOC = 70^\circ$$

18. 다음 그림에서 원O의 지름 AD와 현 BC의 연장선의 교점을 P라고 하고 $\overline{CO} = \overline{CP}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는 30cm일 때 $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 길이를 구하면?



- ① 10cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\angle CPD = a$ 라 하면

$\triangle OCP$ 에서 $\overline{CO} = \overline{CP}$ 이므로

$$\angle COP = \angle CPO = a$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 2a$$

$\triangle OBP$ 에서

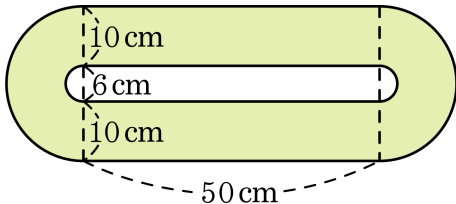
$\angle AOB = 3a$ (한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로)

따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로

$$\therefore 30 : 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 3a : a$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 10\text{cm}$$

19. 다음 그림과 같이 폭이 10m 인 육상트랙을 만들려고 한다. 트랙의 넓이를 구하면?

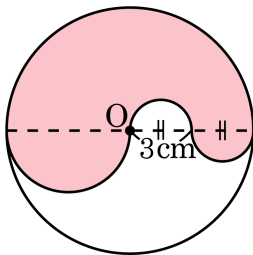


- ① $(80\pi + 100)\text{m}^2$ ② $(160\pi + 100)\text{m}^2$
 ③ $(80\pi + 1000)\text{m}^2$ ④ $(160\pi + 1000)\text{m}^2$
 ⑤ $(320\pi + 1000)\text{m}^2$

해설

$$(\text{트랙의 넓이}) = (\pi \times 13^2 - \pi \times 3^2) + (10 \times 50) \times 2 = 160\pi + 1000(\text{m}^2)$$

20. 다음 도형에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 옳게 구한 것은?



① $6\pi\text{cm}$, $11\frac{1}{2}\pi\text{cm}^2$

② $12\pi\text{cm}$, $11\frac{1}{2}\pi\text{cm}^2$

③ $6\pi\text{cm}$, $22\frac{1}{2}\pi\text{cm}^2$

④ $12\pi\text{cm}$, $22\frac{1}{2}\pi\text{cm}^2$

⑤ $18\pi\text{cm}$, $22\frac{1}{2}\pi\text{cm}^2$

해설

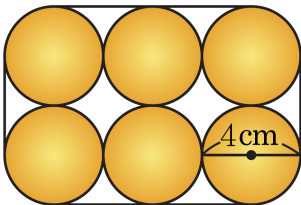
$$(\text{둘레의 길이}) = \left(2\pi \times 6 \times \frac{1}{2}\right) + \left(2\pi \times 3 \times \frac{1}{2}\right) + \left(2\pi \times \frac{3}{2}\right) =$$

$$6\pi + 3\pi + 3\pi = 12\pi \text{ (cm)}$$

$$(\text{넓이}) = \left(\pi \times 6^2 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}\right) = 18\pi + \frac{9}{2}\pi =$$

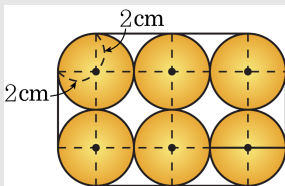
$$22\frac{1}{2}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

21. 다음 그림처럼 지름의 길이가 4cm 인 원기둥 6 개를 묶을 때, 필요한 끈의 최소 길이는? (단, 매듭의 길이는 생각하지 않는다.)



- ① $4(\pi + 6)$ cm ② $4(2\pi + 3)$ cm ③ $8(\pi + 6)$ cm
 ④ $8(2\pi + 6)$ cm ⑤ $16(\pi + 6)$ cm

해설



4개의 곡선 부분을 합하면 원 하나의 원주의 길이와 같다.

$$\begin{aligned} & 2\pi \times 2 + 2 \times 12 \\ &= 4\pi + 24 \\ &= 4(\pi + 6) \text{ (cm)} \end{aligned}$$

22. 다음 입체도형 중 꼭짓점의 개수가 가장 많은 것은?

① 정육면체

② 정팔면체

③ 육각뿔

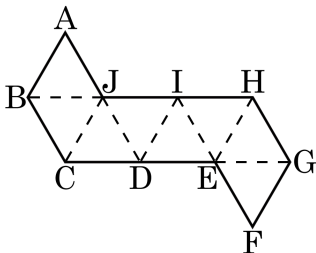
④ 정이십면체

⑤ 팔각뿔대

해설

① 8개 ② 6개 ③ 7개 ④ 12개 ⑤ 16개

23. 다음 그림은 정다면체의 전개도이다. 면 ABJ와 평행인 한 면은?



① 면 EFG

② 면 HEG

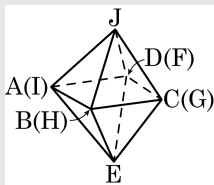
③ 면 IEH

④ 면 IDE

⑤ 면 DJI

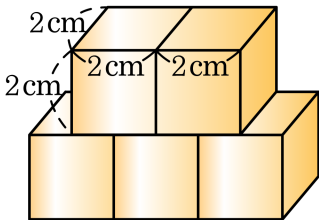
해설

정팔면체를 만들어 보면 다음과 같다.



면 ABJ와 평행한 면은 면 EFG이다.

24. 다음 그림은 한 변의 길이가 2cm 인 정육면체 5 개를 겹쳐 만든 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이가 $x\text{cm}^2$ 일 때, x 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

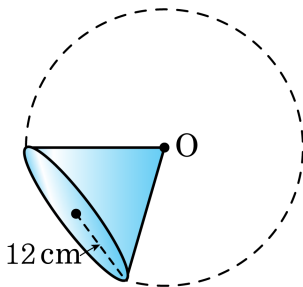
정사각형 한 면의 넓이를 구하고 면의 개수를 곱한다.

한 면의 넓이 : 4cm^2

면의 개수 = 밑면3개 + 윗면3개 + 옆면2개 $\times$ 2 + 앞면5개 + 뒷면5개 = 20

$\therefore 4 \times 20 = 80(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 12cm 인 원뿔을 꼭지점 O 를 중심으로 굴렸더니 $\frac{5}{4}$ 회전하고 다시 원래의 자리로 돌아왔다. 이 때, 원뿔의 겉넓이는?



- ① $144\pi\text{cm}^2$ ② $180\pi\text{cm}^2$ ③ $240\pi\text{cm}^2$
 ④ $324\pi\text{cm}^2$ ⑤ $384\pi\text{cm}^2$

해설

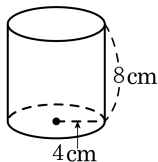
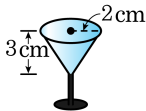
원의 중심을 O 로 하는 원의 반지름을 r 이라고 할 때,

$$(2 \times 12 \times \pi) \times \frac{5}{4} = 2\pi \times r, r = 15(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

원뿔의 모선을 l 이라 하면 $r = l$ 이므로

$$S = \pi \times 15 \times 12 + \pi \times 12^2 = 324\pi(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

26. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm 이고 높이가 3 cm 인 원뿔 모양의 컵으로 물을 담아 원기둥 모양의 그릇에 가득 채우려고 한다. 몇 번을 담아 부어야 물이 가득 차겠는가?



① 4 번

② 8 번

③ 16 번

④ 32 번

⑤ 64 번

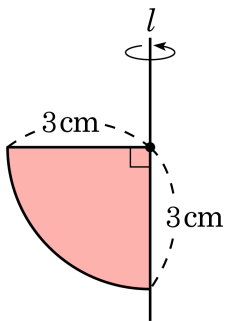
해설

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{원기둥의 부피}) = \pi \times 4^2 \times 8 = 128\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

따라서 $128\pi \div 4\pi = 32$ (번)이다.

27. 다음 그림에서 빗금 친 부분의 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 60° 만큼 회전시킨 회전체의 겉넓이를 구하면?



① $6\pi \text{ cm}^2$

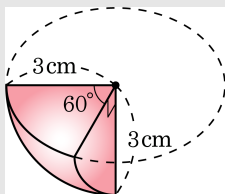
② $9\pi \text{ cm}^2$

③ $10\pi \text{ cm}^2$

④ $12\pi \text{ cm}^2$

⑤ $15\pi \text{ cm}^2$

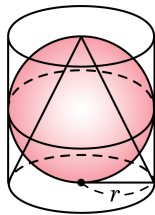
해설



구하는 회전체의 겉넓이는

$$\pi \times 3^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} + 4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{60^\circ}{360^\circ} + \pi \times 3^2 \times \frac{1}{4} \times 2 = \frac{3}{2}\pi + 3\pi + \frac{9}{2}\pi = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

28. 다음은 밑면의 반지름의 길이가 r 인 원기둥에 꼭 맞는 원뿔과 구, 원기둥의 부피의 비를 구한 것이다. 안에 알맞은 것을 차례로 써 넣은 것은?



$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 2r = \boxed{(1)}$$

$$(\text{구의 부피}) = \boxed{(2)}$$

$$(\text{원기둥의 부피}) = \boxed{(3)}$$

$$\therefore (\text{원뿔의 부피}) : (\text{구의 부피}) : (\text{원기둥의 부피}) \\ = \boxed{(1)} : \boxed{(2)} : \boxed{(3)} = 1 : 2 : 3$$

① $\frac{1}{3}\pi r^3, \frac{4}{3}\pi r^3, 2\pi r^3$

② $\frac{2}{3}\pi r^3, \frac{4}{3}\pi r^3, 2\pi r^3$

③ $\frac{1}{3}\pi r^3, \frac{4}{3}\pi r^3, \pi r^3$

④ $\frac{2}{3}\pi r^3, \frac{1}{3}\pi r^3, 2\pi r^3$

⑤ $\frac{2}{3}\pi r^3, \frac{4}{3}\pi r^3, 4\pi r^3$

해설

원뿔의 부피는 $\frac{2}{3}\pi r^3$, 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$, 원기둥의 부피는 $2\pi r^3$ 이므로, 각 부피의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내면 $1 : 2 : 3$ 이다.

29. $2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 의 값이 10 의 배수일 때,
두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 이 10 의 배수가 되려면,

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 이 10 의 배수가 되어야 한다.

9^n 에서 n 에 1 부터 차례대로 대입해 보면,

9^n 의 일의 자리 수 $\rightarrow 9, 1, 9, 1, \dots$ 이므로

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 은 항상 10 의 배수라는 것을 알 수 있다.

$\therefore$ 두 자리 자연수 n 의 최댓값=99

30. 자연수 n 의 약수의 개수를 $P(n)$ 으로 나타내기로 한다. 이때,
$$\frac{-P(24) + P(x)}{P(30) - P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)}$$
를 만족하는 두 자리 자연수 x 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$P(24) = 8, P(30) = 8, P(16) = 5, P(15) = 4$ 이므로

$$\frac{-P(24) + P(x)}{P(30) - P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)} \text{에서}$$

$$\frac{-8 + P(x)}{8 - P(x)} = \frac{5}{4}$$

$$-32 + 4P(x) = 40 - 5P(x)$$

$$P(x) = 8$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 4 \text{ 이므로,}$$

$\therefore$ 자연수 x 값 중 가장 작은 수는 24이다.

31. 약수의 개수가 24 개이고 두 개의 소인수로 이루어진 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 864

해설

$$n = a^x \times b^y \rightarrow (x+1) \times (y+1) = 24$$

$$\rightarrow (x, y) = (1, 11), (2, 7), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (11, 1)$$

따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는 $2 \times 3^{11}, 2^2 \times 3^7, 2^3 \times 3^5, 2^5 \times 3^3, 2^7 \times 3^2, 2^{11} \times 3$ 중 하나이다.

$$\therefore n = 864$$

32. 어떤 마을의 전체 고등학생들을 대상으로 다니고 있는 고등학교를 조사했다.

고등학교	A	B	C	D	E
전체 고등학교에서 차지하는 비율	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

그런데 이 중 한 고등학교와 그 비율은 잘못 기재된 것이라고 한다. 전체 학생 수가 150 명이 넘고 300 명을 넘지 않을 때, A 고등학교에 다니는 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 56 명

해설

A, B, C, D, E 의 비율을 나타내는 각각의 분모의 최소공배수를 파악해보면, 3, 4, 5, 7, 8 이다.

3, 4, 5, 7, 8 중 4 개의 수로 150 이상 300 이하의 최소공배수가 가능한지 알아보면,

$$3, 4, 5, 7 \rightarrow 420, \quad 3, 4, 5, 8 \rightarrow 120$$

$$3, 5, 7, 8 \rightarrow 840, \quad 4, 5, 7, 8 \rightarrow 280$$

따라서 C 의 자료가 잘못된 것을 알 수 있고, 전체 학생의 수는 280 명이 된다.

$$\therefore (A \text{ 고등학교에 다니는 학생 수}) = 280 \times \frac{1}{5} = 56 \text{ (명)}$$

33. 다음 표는 어느 중학교 1 학년 국어 성적을 조사하여 나타낸 도수분포 표이다. 국어 성적이 80 점 이상인 학생은 전체의 몇 % 인가?

점수 (점)	학생 수 (명)
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	a
60 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	6
70 ^{이상} ~ 80 ^{미만}	$3a$
80 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	10
90 ^{이상} ~ 100 ^{미만}	$2a$
합계	40

① 12.5%

② 32%

③ 40%

④ 45%

⑤ 52%

해설

$$a + 6 + 3a + 10 + 2a = 40, 6a = 24, a = 4$$

따라서 $2a = 8$ 이므로 국어 성적이 80 점 이상인 학생은 18 명이다.

$$\text{따라서 } \frac{18}{40} \times 100 = 45(\%) \text{ 이다.}$$

34. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 명의 학생들의 영어 성적에서 B의 영어 성적을 뺀 것을 나타낸 것이다. 영어 성적의 평균이 85 점일 때, B의 성적을 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
성적 차	-2	0	-4	6	5

▶ 답: 점

▷ 정답: 84 점

해설

$$(\text{평균}) = (\text{가평균}) + \frac{(\text{가평균} - \text{도수}) \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$$

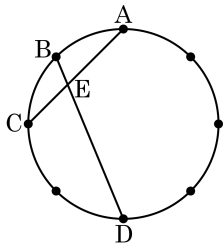
이므로 B의 성적을 가평균으로 두면,

$$85 = (\text{B의 성적}) + \frac{(-2 - 4 + 6 + 5)}{5}$$

$$85 = (\text{B의 성적}) + 1$$

따라서 B의 성적은 84 점이다.

35. 다음은 원의 둘레를 8 등분한 그림이다. $\angle AED$ 의 크기를 구하여라.

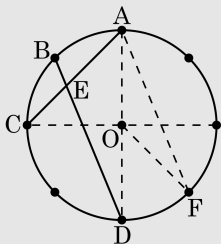


▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 112.5°

해설

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 에 평행한 보조선 $\overline{AF}$ 를 그으면 $\angle CED = \angle CAF$ (동위각)이다.



$\triangle AOC$ 와 $\triangle AOF$ 는 이등변삼각형이고

$\angle AOC = 90^\circ$, $\angle AOF = 135^\circ$ 이므로

$$\angle CAF = \frac{(180^\circ - 90^\circ)}{2} + \frac{(180^\circ - 135^\circ)}{2} = 67.5^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AED &= 180^\circ - \angle CED \\ &= 180^\circ - 67.5^\circ = 112.5^\circ \end{aligned}$$

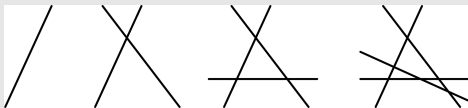
36. 평면 위에 어떤 두 직선도 서로 평행하지 않고, 어떤 세 직선도 한 점에서 만나지 않는 10 개의 직선을 그으려고 한다. 이 때 생기는 영역 중 넓이가 무한하지 않은 영역의 최대 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

n 개의 직선을 그었을 때 생기는 영역 중 넓이가 무한하지 않은 영역의 최대 개수를 $f(n)$ 이라 하자.



위의 그림에서 보면

$$f(1) = f(2) = 0$$

$$f(3) = 1$$

$$f(4) = 1 + 2 = 3$$

$$f(5) = 1 + 2 + 3 = 6$$

$\vdots$

$$f(10) = 1 + 2 + 3 + \cdots + 8 = 36(\text{개})$$

37. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 x , $x+2$, $x+5$ 일 때, x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

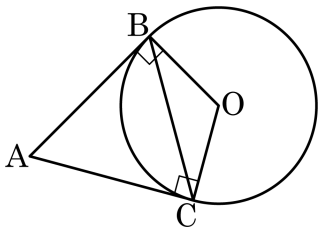
⑤ 7

해설

$$x + (x + 2) > x + 5$$

$$\therefore x > 3$$

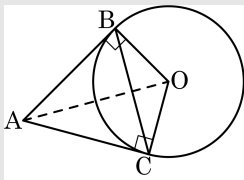
38. 정삼각형 ABC 와 반지름이 6 인 원 O 는 그림과 같이 두 점에서 만난다. $\angle ABO$ 와 $\angle ACO$ 의 크기가 90° 일 때, 선분 OB 와 선분 OC , 호 BC 로 둘러싸인 부채꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12π

해설



$\triangle ABO$ 와 $\triangle ACO$

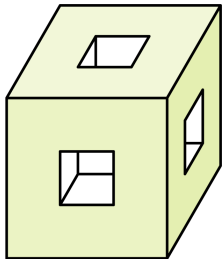
$\overline{AO}$ 는 공통, $\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$, $\overline{OB} = \overline{OC}$

따라서 $\triangle ABO \equiv \triangle ACO$ (RHS 합동)

$$\angle BOC = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ \times 2) = 120^\circ$$

$$(\text{부채꼴 BCO 의 넓이}) = 6 \times 6 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 12\pi$$

39. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 세 면의 중앙 위치에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 모양의 구멍을 마주 보는 면까지 뚫어 놓은 것이다. 이 입체도형의 겉넓이는?



① 70

② 72

③ 74

④ 76

⑤ 78

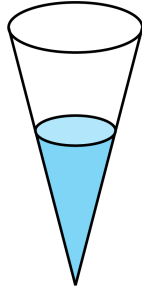
해설

외부의 각 면의 넓이는 $3^2 - 1^2 = 8$

내부는 한 변의 길이가 1 인 24 개의 정사각형으로 이루어져 있으므로

겉넓이는 $6 \times 8 + 24 \times 1^2 = 72$

40. 다음 그림과 같이 원뿔 모양의 그릇에 깊이의 $\frac{3}{5}$ 까지 물을 넣었더니 물의 부피가 $54\pi\text{cm}^3$ 가 되었다. 그릇에 물이 담기지 않은 곳의 부피를 구하여라.



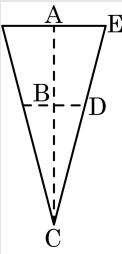
▶ 답 :

cm^3

▷ 정답 : $196\pi\text{cm}^3$

해설

다음 그림과 같이 원뿔을 단면으로 보면 $\triangle ACE$ 와 $\triangle BCD$ 는 모양이 같고 크기가 다른 삼각형이다.



따라서 $\overline{AC} : \overline{BC} = 5 : 3$

꼭짓점을 C로 하고 밑면을 각각 AE, BD로 하는 원뿔의 부피의 비는 $5^3 : 3^3 = 125 : 27$

따라서 원뿔 전체의 부피를 x 라 하면 $125 : 27 = x : 54\pi$ 의 비례식이 성립한다.

$$\therefore x = 250\pi$$

$$\therefore (\text{그릇에 물이 담기지 않은 곳의 부피}) = 250\pi - 54\pi = 196\pi(\text{cm}^3)$$