

1. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

2. 연립 방정식 $\begin{cases} x - y = 5 \\ y + z = 5 \\ z - x = 2 \end{cases}$ 에서 $x + y + z$ 를 구하면?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z = 12, z = 6$

$y + 6 = 5, y = -1$

$x + 1 = 5, x = 4$

$\therefore x + y + z = 4 - 1 + 6 = 9$

3. 연립방정식
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 6 \\ z + x = 7 \end{cases}$$
 을 풀면?

① $x = 2, y = 3, z = 4$

② $x = 2, y = 3, z = -4$

③ $x = 2, y = 3, z = 5$

④ $x = 2, y = -3, z = 4$

⑤ $x = 3, y = 2, z = 4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x + y + z) = 18, \quad x + y + z = 9 \quad \cdots \textcircled{7}$$

다시 주어진 식에 ⑦을 각각 대입한다.

$$\Rightarrow x = 3, \quad y = 2, \quad z = 4$$

4. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + (3+a)y = 4+a \\ (3-a)x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{의 해가 무수히 많을 때, 상수 } a \text{의 값을}$$

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면 x, y 의 계수의 비가 같아야 하므로

$$\frac{2}{3-a} = \frac{3+a}{4}$$

$$(3-a)(3+a) = 8 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

$$a = 1 \text{ 일 때 주어진 연립방정식은 } \begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{로 일치하므}$$

로 해가 무수히 많다.

5. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: 개

▷ 정답: 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.

$$a + b = 70, 1.2a + 1.25b = 86$$

연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

6. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = y + 1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{ 을 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 xy 는?

① 8

② 3

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 20 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식 ($x = y + 2$)을 ②식에 대입하면

$$(y + 2)^2 + y^2 = 20$$

$$2y^2 + 4y - 16 = 0$$

$$(y + 4)(y - 2) = 0$$

$$y = 2, x = 4 \rightarrow xy = 8$$

$$y = -4, x = -2 \rightarrow xy = 8$$

해설

①식을 제곱하면.

$$(x - y)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$xy = \frac{x^2 + y^2 - 4}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8$$

8. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

9. 방정식 $xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대하여 xy 의 값이 아닌 것은?

① -15

② -7

③ -3

④ 5

⑤ 15

해설

$xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 에서 $(x - 2)(y + 4) = 3$

x, y 가 정수이므로

$(x - 2, y + 4) = (1, 3), (-1, -3), (3, 1), (-3, -1)$

$\therefore (x, y) = (3, -1), (1, -7), (5, -3), (-1, -5)$

$\therefore xy = -3, -7, -15, 5$

10. $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 정수 m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면

$$\alpha + \beta = 1 - m \cdots \textcircled{㉠}, \alpha\beta = m + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$ (α, β 는 정수)

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -4 \end{cases} \quad \text{를 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면}$$

$$m = -1, 7$$