

1. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2, 2$

해설

16의 네제곱근은

$x^4 = 16$ 를 만족하는 x 의 값이므로

$x^4 - 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = -2, 2, 2i, -2i$$

따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은

$-2, 2$

2. -64 의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$

해설

-64 의 세제곱근은 $x^3 = -64$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^3 + 64 = 0$ 에서

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16) = 0$$

$$\therefore x + 4 = 0 \text{ 또는 } x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2 + 2\sqrt{3}i \text{ 또는 } x = 2 - 2\sqrt{3}i$$

따라서 -64 의 세제곱근은

$$-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$$

3. $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ 를 간단히 하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

4. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ $\sqrt[5]{128}$

④ 4

⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt[3]{2}\sqrt{3} = \sqrt[6]{6}$

② $\sqrt[4]{-16} = -2$

③ $\frac{\sqrt[3]{200}}{\sqrt[3]{25}} = 2$

④ $\sqrt[3]{\sqrt{243}} = 3$

⑤ $(\sqrt[8]{1000})^2 = 10$

해설

① $\sqrt[3]{2}\sqrt{3} = \sqrt[6]{2^2}\sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$

② $\sqrt[4]{-16} = x$ 라 하면 $x^4 = -16$ 인 실수 x 는 존재하지 않는다.

③ $\frac{\sqrt[3]{200}}{\sqrt[3]{25}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

④ $\sqrt[3]{\sqrt{243}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^5}} = \sqrt[6]{3^5}$

⑤ $(\sqrt[8]{1000})^2 = \sqrt[4]{1000} = \sqrt[4]{10^3}$

6. 식 $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 8$$

7. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 4$

㉡ $(5^{\sqrt{2}}) \times (5^{\sqrt{2}}) = 25^{\sqrt{2}}$

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\sqrt{2}}$

① ㉢

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2^2 = 4$ (참)

㉡ $(5^{\sqrt{2}}) \times (5^{\sqrt{2}}) = (5 \times 5)^{\sqrt{2}} = 25^{\sqrt{2}}$ (참)

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = (3^2)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\frac{2}{\sqrt{2}}} = 3^{\sqrt{2}}$ (참)

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -3 은 -27 의 세제곱근이다.

② 81 의 네제곱근은 $3, -3, 3i, -3i$ 이다.

③ $-\sqrt[4]{81} = -3$

④ $\sqrt[4]{-16} = -2$

⑤ $\sqrt[3]{-64} = -4$

해설

④ $(-2)^4 = 16$ 이므로 $\sqrt[4]{-16} = \pm -2$

9. 16의 네제곱근 중 실수인 것의 곱을 P , 27의 세제곱근 중 허수인 것의 합을 Q 라 할 때, $P \times Q$ 의 값은?

① -36

② -12

③ 4

④ 12

⑤ 36

해설

$x^4 = 16, x^3 = -27$ 을 만족하는 x 를 구한다.

16의 네제곱근 중 실수인 것은

$$\sqrt[4]{16} = 2, -\sqrt[4]{16} = -2$$

$$\therefore P = -4$$

-27의 세제곱근을 X 라 하면

$$x^3 = -27, (x+3) + (x^2 - 3x + 9) = 0$$

이때, -27의 세제곱근 중 허수인 것의 합은 방정식 $x^2 - 3x + 9 = 0$ 의 두근의 합과 같다.

$$\therefore Q = 3$$

$$\therefore P \times Q = -12$$

10. 거듭제곱에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $\sqrt[4]{81} = \pm 3$

② $\sqrt[3]{-64} = -8$

③ 16의 네제곱근은 ± 2 이다.

④ $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.

⑤ -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다.

해설

① $\sqrt[4]{81} = \sqrt{9} = 3 \quad \therefore$ 거짓

② $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4 \quad \therefore$ 거짓

③ 16의 네제곱근은 $\pm 2, \pm 2i$ 이다. $\therefore$ 거짓

④ $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{3}$ 이다. $\therefore$ 거짓

⑤ $(-1)^3 = -1$ 이므로 -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다. $\therefore$ 참

11. 다음 식의 값은?

$$2^2 \times 2^{-3}$$

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

해설

$$2^2 \times 2^{-3} = 2^{2+(-3)} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

12. $\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}^{-\frac{8}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -16

② -4

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{4} \times (-\frac{8}{3})} = \left(\frac{1}{4}\right)^{(-2)} = 2^{-2 \times (-2)} = 2^4 = 16$$

13. $\left\{\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}}$ 의 값은?

① $\frac{8}{27}$

② $\frac{16}{61}$

③ $\frac{81}{16}$

④ $\frac{27}{8}$

⑤ $\frac{64}{81}$

해설

$$\begin{aligned}\left\{\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}} &= \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3} \times \frac{9}{4}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} \\&= \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \times (-\frac{3}{2})} = \left(\frac{2}{3}\right)^{(-3)} \\&= \left(\frac{8}{27}\right)^{-1} = \frac{27}{8}\end{aligned}$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^2 \div a^{-3} \times a^4 = a^9$

② $(a^{-3})^2 \times (a^2)^{-4} = a^{-14}$

③ $\frac{a^2 \times a^{-3}}{a^{-2} \times a^4} = a^{-2}$

④ $\frac{(a^3)^{-2}}{a^5 \times a^2} = a^{-16}$

⑤ $\frac{a^3 \times a^{-4}}{a^2 \times a^{-5}} = a^9$

해설

③ $\frac{a^2 \times a^{-3}}{a^{-2} \times a^4} = \frac{a^{-1}}{a^2} = a^{-1-2} = a^{-3}$

15. $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ 을 간단히 하면 $a^{\frac{n}{m}}$ 이다. 이때, $m - n$ 의 값을 구하여라.
(단, m, n 은 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} &= \sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{8}} \\ n &= 7, m = 8 \\ 8 - 7 &= 1\end{aligned}$$

16. $\left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left\{ \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{3}{2}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② 1

③ $\sqrt{5}$

④ 5

⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left\{ \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{3}{2}} &= \left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{27}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (25)^{\frac{1}{2}} = 5 \end{aligned}$$

17. $\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}}$ 을 2^k 꼴로 나타낼 때 k 는?

① $\frac{11}{12}$

② $\frac{11}{24}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{23}{24}$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}} \\&= \left\{ 2 \times \left(4 \times 8^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left\{ 2 \times \left(2^2 \times 2^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left\{ 2 \times \left(2^{\frac{11}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left(2 \times 2^{\frac{11}{12}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{23}{12}} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{23}{24}} \\&\therefore k = \frac{23}{24}\end{aligned}$$

18. $\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1 - \sqrt{2}$

② $-1 - \sqrt{2}$

③ $(1 + \sqrt{2})i$

④ $-(1 + \sqrt{2})i$

⑤ $(1 - \sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2} + 1) \times (-i) \\ &= -(1 + \sqrt{2})i\end{aligned}$$

19. 복소수 $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$

20. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x 축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3x + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 3k + 2$

잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$

이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$

$k^2 - 12k - 17 = 0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 12이다.

21. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

22. 사차방정식 $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

① $1 + i$

② i

③ 0

④ -1

⑤ 24

해설

$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 라 하면

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때, α, β 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

23. $\sqrt[3]{2^7} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^5}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $4\sqrt{2}$

④ 8

⑤ $16\sqrt{2}$

해설

$$2^{\frac{7}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{5}{2}}$$

$$= 2^{\frac{7}{3} - \frac{1}{3} + \frac{5}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} = 16\sqrt{2}$$

24. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt[6]{a}$

② $\sqrt[6]{b}$

③ $\sqrt[6]{ab}$

④ $\sqrt[6]{a^2b}$

⑤ $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3} \\ &= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1} \\ &= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a} \end{aligned}$$

25. 다음 중 세 수 $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$ 을 작은 수부터 차례로 나열한 것은?

① $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$

② $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[6]{30}$

③ $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$

④ $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$

⑤ $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[3]{6}$

해설

거듭제곱의 성질을 이용하여 $\sqrt[12]{N}$ 의 꼴로 나타내면

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4}$$

$$\sqrt[4]{10} = \sqrt[12]{10^3}$$

$$\sqrt[6]{30} = \sqrt[12]{30^2}$$

그런데

$$\frac{6^4}{10^3} = \frac{(2 \times 3)^4}{(2 \times 5)^3} = \frac{2 \times 3^4}{5^3} > 1,$$

$$\frac{10^3}{30^2} = \frac{10}{9} > 1 \text{ 이므로}$$

$$6^4 > 10^3 > 30^2$$

따라서 작은 수부터 나열하면

$$\sqrt[6]{30}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[3]{6}$$