1. 다음 방정식을 만족하는 x, y의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -5$

▷ 정답 : $y = 0$

해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x - 2y + 5 = 0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡에서 $x = 2y - 5$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore\ y = 0$

$y = 0$을 ㉢에 대입하면 $x = -5$

$\therefore\ x = -5,\ y = 0$

2. 다음 연립방정식의 해를 $x=\alpha,\ y=\beta,\ z=\gamma$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-3y+3z=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y-2z=3 & \cdots\cdots ㉡ \\ x-2y+z=5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

㉠ − ㉢ × 3 을 하면 $-x+3y=-5$ ⋯⋯㉣
㉡ + ㉢ × 2 를 하면 $5x-3y=13$ ⋯⋯㉤
㉣ + ㉤ 을 하면 $4x=8$ $\therefore\ x=2$
$x=2$ 를 ㉣에 대입하면 $-2+3y=-5$ $\therefore\ y=-1$
또, $x=2,\ y=-1$ 을 ㉢에 대입하면
$2-2\cdot(-1)+z=5$
$\therefore\ z=1$
$\therefore\ x=2,\ y=-1,\ z=1$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=4+1+1=6$

3. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} 2x+(3+a)y=4+a \\ (3-a)x+4y=5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면 x, y의 계수의 비가 같아야 하므로

$\frac{2}{3-a} = \frac{3+a}{4}$

$(3-a)(3+a)=8 \Rightarrow a^2=1$

$\therefore a = \pm 1$

$a=1$일 때 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x+4y=5 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$ 로 일치하므로 해가 무수히 많다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p,\ y=q$ 또는 $x=r,\ y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \cdots ㉠ \\ xy-y^2=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x=2y+1 \quad \cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$

$\therefore\ y=2,\ -3$

$y=2,\ y=-3$ 을 ㉢에 대입하면

각각 $x=5,\ x=-5$

$\therefore\ x=5,\ y=2$ 또는 $x=-5,\ y=-3$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2+3xy-2y^2=0 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 최솟값을 구하여라.

① -8　　② -6　　③ -4　　④ -2　　⑤ 0

해설

$\begin{cases} (2x-y)(x+2y)=0 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$

1) $y=2x$일 때

$x^2+4x^2=5x^2=20$

$\therefore\ x=\pm2,\ y=\pm4$

2) $x=-2y$일 때

$4y^2+y^2=5y^2=20$

$\therefore\ y=\pm2,\ x=\mp4$

$(x,\ y)=(2,\ 4),(-2,\ -4),(-4,\ 2),(4,\ -2)$

$\therefore\ \alpha+\beta=\ 6,\ -6,\ -2,\ 2$

그러므로 $\alpha+\beta$의 최솟값은 -6