

1.  $x$ 에 대한 다음 방정식의 두 근의 곱은?

$$2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-1$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $1$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

2. 이차방정식  $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을  $\beta, \beta^2$ 이라 할 때,  $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

- ① -3    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 3

해설

두 근의 합은  $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로  
 $a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

3. 이차방정식  $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 2$

해설

두 근을  $3\alpha$ ,  $4\alpha$ 라고 하면  
근과 계수의 관계에 의하여  
 $3\alpha + 4\alpha = 14k \cdots \cdots \text{㉠}$   
 $3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \cdots \cdots \text{㉡}$   
 $\text{㉠}$ 에서  $7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \cdots \cdots \text{㉢}$   
 $\text{㉡}$ 에서  $12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \cdots \cdots \text{㉣}$   
 $\text{㉢}$ 을  $\text{㉣}$ 에 대입하면  $4k^2 = 8k$ ,  $4k(k - 2) = 0$   
 $\therefore k = 0$  또는  $k = 2$   
따라서 양수  $k$ 의 값은  $k = 2$ 이다.

4. 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때  $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근은  $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로  
 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b \dots\dots\textcircled{1}$   
또,  $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근이  $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로  
 $\alpha + \beta + \alpha\beta = 2a + 1, (\alpha + \beta)\alpha\beta = 2 \dots\dots\textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $a + b = 2a + 1 \dots\dots\textcircled{3}$   
 $ab = 2 \dots\dots\textcircled{4}$   
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면  
 $a = 1, b = 2$  또는  $a = -2, b = -1$

5. 이차방정식  $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha - \frac{1}{\beta}, \beta - \frac{1}{\alpha}$ 을

두 근으로 갖는 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$   
③  $x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$   
⑤  $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

②  $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$   
④  $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$ 이므로

$$\begin{aligned} \left(\alpha - \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta - \frac{1}{\alpha}\right) &= (\alpha + \beta) - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha + \beta - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\beta}\right) \times \left(\beta - \frac{1}{\alpha}\right) = \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} - 2 = \frac{4}{3}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$$

6. A, B 두 사람이 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데 A는  $b$ 를 잘못 읽어  $-4$ 와  $7$ 을, B는  $c$ 를 잘못 읽어  $-3 \pm \sqrt{2}i$ 를 근으로 얻었다. 원래의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

해설

A는  $a$ 와  $c$ 를 바르게 읽었으므로

근과 계수와의 관계에서

$$\frac{c}{a} = -4 \cdot 7 = -28, c = -28a$$

B는  $a$ 와  $b$ 를 바르게 읽었으므로

$$-\frac{b}{a} = (-3 + \sqrt{2}i) + (-3 - \sqrt{2}i) = -6, b = 6a$$

따라서 원래의 이차방정식은

$$ax^2 + 6ax - 28a = 0$$

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-6$

7. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b$ 를 잘못 보아 두 근  $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고,  $c$ 를 잘못 보아  $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(i)  $b$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $c$ 는 옳으므로 두 근의 곱은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$$

(ii)  $c$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $b$ 는 옳으므로 두 근의 합은

$$-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은

$$ax^2 - 3ax + 2a = 0$$

$a \neq 0$ 이므로  $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = 2$

따라서 근의 합은 3이다.

8. 계수가 유리수인 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $2 + \sqrt{3}$  일 때,  $ab$  의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤  $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은  $2 - \sqrt{3}$   
근과 계수와의 관계에 의해  
 $a = 4, b = 1$   
 $\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$  에  $x = 2 + \sqrt{3}$  대입  
 $(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$   
계수가 유리수이므로  
 $\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$   
 $a = 4, b = 1$   
 $\therefore ab = 4$

9.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2(m-2)x + 2m-1 = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수  $m$ 의 값의 범위를 구하면?

- ①  $m > 5$                       ②  $m \geq 5$                       ③  $m < 5$   
④  $m \leq 5$                       ⑤  $-5 \leq x \leq 5$

**해설**

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로  
 $D/4 = (m-2)^2 - 2m + 1 \geq 0$   
즉  $m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$   
따라서  $(m-5)(m-1) \geq 0$ 이므로  
 $m \leq 1$  또는  $m \geq 5$   
또 두근의 합  $-2(m-2) < 0$ 이어야 하므로  $m > 2$   
또 두근의 곱  $2m-1 > 0$ 이어야 하므로  $m > \frac{1}{2}$   
따라서  $m \geq 5$

10. 4차방정식  $x^4 + (m+2)x^2 + m+5 = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 갖기 위한 정수  $m$ 의 값의 개수는?

① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$x^2 = X$ 로 놓으면

$X^2 + (m+2)X + m+5 = 0 \dots\dots$  ①이 서로 다른 양의 실근을 가질 때,

준방정식은 서로 다른 네 실근을 가지므로

①의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,

$D = (m+2)^2 - 4(m+5) > 0, \alpha + \beta = -(m+2) > 0, \alpha\beta = m+5 > 0$

이 세 식을 동시에 만족시키는 범위는

$-5 < m < -4$