1. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x - 3$ ② $x + 3$

③ $x^2 + 1$ ④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$
$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

2. x에 대한 이차방정식 $(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이 허근을 가질 때, $k>m$이다. m의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이
허근을 가지려면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2-1)<0$

$(k^2-2k+1)-(k^2-1)<0$

$-2k+2<0,\ k>1$

$\therefore\ m=1$

3. x의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2(x-1)^2 + 3$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 3

4. 사차방정식 $x^4+x^3-7x^2-x+6=0$의 근 중에서 최대의 근은?

① -2　② -1　③ 0　④ 6　⑤ 2

해설

$x^4+x^3-7x^2-x+6=0$ 에서

$x=1$, $x=-1$을 대입하면 성립하므로

$x^4+x^3-7x^2-x+6$

$=(x-1)(x+1)(x^2+x-6)$

$=(x-1)(x+1)(x+3)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-3,\ -1,\ 1,\ 2$

따라서 최대의 근은 2

5. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3} = \dfrac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-1$

▷ 정답 : $z=2$

해설

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3}$에서

$3x+2y=7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{z+3}{5}$에서

$5x-2z=11 \quad \cdots\cdots$ ㉡

$x+2y+3z=7 \quad \cdots\cdots$ ㉢

㉠ − ㉢을 하면 $2x-3z=0 \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉡ $\times 3 -$ ㉣ $\times 2$를 하면 $11x=33$

$\therefore \ x=3$ 이것을 ㉠, ㉡에 대입하면

$y=-1, \ z=2$

6. $ab < 0,\ ac > 0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1, 2 사분면　② 제 1, 3 사분면　③ 제 2, 4 사분면

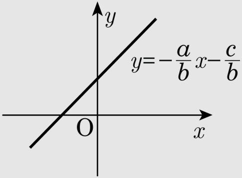
④ 제 2 사분면　⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0,\ ac > 0$이므로 $b \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 직선의 방정식을 b로 나누어 정리하면

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$



$$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$$

한편, $ab < 0,\ ac > 0$이므로

$ab \cdot ac = a^2bc < 0$

따라서 $bc < 0$

$$(y\ \text{절편}) = -\frac{c}{b} > 0$$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제4 사분면은 지나지 않는다.

7. 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

① $x^2+y^2+x+2y+1=0$　② $x^2+y^2+x+2y+2=0$

③ $x^2+y^2+2x+y+1=0$　④ $x^2+y^2-2x+4y+3=0$

⑤ $x^2+y^2-2x+4y+4=0$

해설

① $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=\frac{1}{4}$

② $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=-\frac{3}{4}$

③ $(x+1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

④ $(x-1)^2+(y+2)^2=2$

⑤ $(x-1)^2+(y+2)^2=1$

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은?

① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{4\}$ ④ $\{1, 2\}$ ⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 4\}$ 이다.

9. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3$(x 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$\therefore\ f(2) = 2$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$\therefore\ g(4) = -3$

$\therefore\ f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

10. 함수 $f(x)=ax+3$ 에 대하여 $f^{-1}=f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$f^{-1}=f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$f^{-1}\circ f=f\circ f$

이때, $f^{-1}\circ f=I$(I는항등함수) 이므로 $f\circ f=I$

즉 $(f\circ f)(x)=x$

$\therefore (f\circ f)(x)=f(f(x))=f(ax+3)$

$$=a(ax+3)+3=a^2x+3a+3=x$$

따라서 $a^2=1,\ 3a+3=0$ 이므로 $a=-1$

11. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① $-\frac{19}{3}$ ② $-\frac{25}{6}$ ③ $-\frac{29}{6}$ ④ $-\frac{14}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{2}$

해설

$f(x)=x^3+mx^2+nx+1$

$f(x)=(x+1)Q1(x)+5$ 으로 놓으면 $f(-1)=5$

$f(x)=(x-2)Q'(x)$ 으로 놓으면 $f(2)=0$

따라서, $f(-1)=-1+m-n+1=5$

$f(2)=8+4m+2n+1=0$

두 식을 연립하여 풀면 $m=\frac{1}{6},\quad n=-\frac{29}{6}$

$\therefore\ m+n=-\frac{28}{6}=-\frac{14}{3}$

12. 다항식 $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

① $2f(1)-f(2)$

② $2\{f(1)+f(2)\}$

③ $2(1)+f(2)$

④ $4\{f(1)+f(2)\}$

⑤ $4\{f(1)-f(2)\}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

$$R(x)=ax+b,\ \ R(0)=b$$

$$f(1)=a+b,\ \ f(2)=2a+b$$

$$2f(1)-f(2)=b$$

13. 어떤 정육면체의 밑변의 가로의 길이를 1 cm줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3)=\frac{5}{2}x^3$,

$x^3+4x^2+x-6=\frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3-4x^2-x+6=0$ 에서

$3x^3-8x^2-2x+12=0$을 풀면 $x=2(\text{cm})$

14. 직선 $x+ay+1=0$이 직선 $2x+by+1=0$에 수직이고 직선 $x-(b-1)y-1=0$과 평행할 때, a^2+b^2의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x+ay+1=0$, $2x+by+1=0$이 서로 수직이므로

$1\cdot 2+a\cdot b=0 \quad \therefore\ ab=-2 \cdots ㉠$

두 직선 $x+ay+1=0$, $x-(b-1)y-1=0$이 서로 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{a}{1-b}\neq\frac{1}{-1} \quad \therefore\ a+b=1\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$\therefore\ 1-2\cdot(-2)=5$

15. 세 직선 $x+y+2=0$, $x-y-4=0$, $3x-ky-9=0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \le k \le 3$, $k < -6$
② $k=2$, $k=\pm 3$
③ $-3 < k < 3$, $k > 6$
④ $k \ne 2$, $k \ne \pm 3$
⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x+y+2=0 & \cdots ㉠ \\ x-y-4=0 & \cdots ㉡ \\ 3x-ky-9=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

㉠, ㉡ 의 교점은 $(1,\ 3)$ 이 ㉢위에 있지 않다.

$\therefore\ 3+3k-9 \ne 0 \qquad \therefore\ k \ne 2$

㉠, ㉢ 은 평행하지 않으므로

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne -3$

㉡, ㉢ 은 평행하지 않으므로,

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{-1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne 3$

$\therefore\ k \ne 2,\ k \ne \pm 3$

16. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k에 관하여 정리하면

$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1-y) = 0$

k에 관한 항등식이므로

$x + 2 = 0,\ x^2 + x - 2 = 0,\ 1 - y = 0$

$\therefore x = -2,\ y = 1$

$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 1)$

$\therefore\ a = -2,\ b = +1$

$\therefore\ a + b = -1$

17. 두 원 $x^2+y^2=r^2\ (r>0)$, $(x+3)^2+(y-4)^2=4$가 외접할 때, r의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원 $x^2+y^2=r^2\ (r>0)$, $(x+3)^2+(y-4)^2=4$의 중심 사이의 거리 $d=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$

두 원이 외접하면 $r+2=5$이므로 $r=3$

18. 두 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$, $(x-5)^2+y^2=4$ 의 공통내접선의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

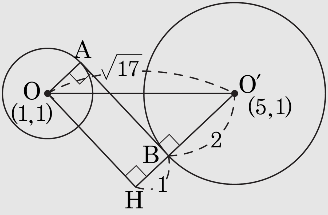
해설

두 원의 중심거리는

$\overline{OO'}=\sqrt{(5-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{17}$

$\overline{O'H}=\overline{O'B}+\overline{BH}=\overline{O'B}+\overline{OA}=2+1=3$ 이므로

$\overline{AB}=\overline{OH}=\sqrt{\overline{OO'}^2-\overline{O'H}^2}=\sqrt{17-3^2}=2\sqrt{2}$



따라서 공통내접선의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

19. 다음 함수의 역함수를 구하면?

$$y = x^2 - 3(\text{단, } x \geq 0)$$

① $y = \sqrt{x+1}(\text{단, } x \geq -1)$
② $y = \sqrt{x+2}(\text{단, } x \geq -2)$
③ $y = \sqrt{x+3}(\text{단, } x \geq -3)$
④ $y = \sqrt{x+4}(\text{단, } x \geq -4)$
⑤ $y = \sqrt{x+5}(\text{단, } x \geq -5)$

해설

$x \geq 0$이면 $y = x^2 - 3 \geq -3$이므로 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$

한편, $y = x^2 - 3$을 x에 대하여 풀면

$x^2 = y + 3$에서 $x = \pm\sqrt{y+3}$

이 때, $x \geq 0$이어야 하므로

$x = \sqrt{y+3}(\text{단, } y \geq -3)$

여기서, x, y를 서로 바꾸면

구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+3}(\text{단, } x \geq -3)$

20. $x = \dfrac{a}{b}$, $a \neq b$, $b \neq 0$ 일 때, $\dfrac{a+b}{a-b}$ 는?

① $\dfrac{x}{x+1}$ ② $\dfrac{x+1}{x-1}$ ③ 1 ④ $x - \dfrac{1}{x}$ ⑤ $x + \dfrac{1}{x}$

해설

$a = bx$이므로 $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{bx+b}{bx-b} = \dfrac{x+1}{x-1}$

또는 $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}-1} = \dfrac{x+1}{x-1}$

21. $1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}}=5$을 만족하는 x의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

$$1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}}=1-\frac{x-1}{x-1-x}$$

$$=1+x-1=x$$

$\therefore x=5$

22. $0 \le a < 2$ 이고 $x = \dfrac{4a}{a^2+4}$ 일 때

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$1+x = 1+\frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)^2}{a^2+4}$$

$$1-x = 1-\frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$$

$a^2+4>0$ 이고 $0<a<2$ 이므로

$a+2>0,\ a-2<0$

$$\therefore\ \sqrt{1+x} = \sqrt{\frac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\therefore\ \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

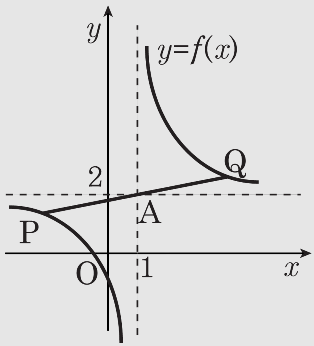
$$= \frac{4}{\sqrt{a^2+4}}$$

$\therefore\ a=0$ 일 때 최댓값 2

23. 곡선 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ 위의 임의의 점 P와 정점 A에 대하여 점 P의 점 A에 대한 대칭점이 곡선 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ 위에 있을 때, 점 A의 좌표는?

① (1, 2) ② (2, 1) ③ (−1, 2)
④ (2, −1) ⑤ (−1, −2)

해설



점 P의 점 A에 대한 대칭점을 Q라 하면 선분 PQ의 중점이 A이므로 곡선 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$이 점 A에 대하여 대칭이다.

$y=\dfrac{2x+3}{x-1}=\dfrac{2(x-1)+5}{x-1}=\dfrac{5}{x-1}+2$ 에서

$y=\dfrac{2x+3}{x-1}$은 원점에 대하여 대칭인 곡선

$y=\dfrac{5}{x}$를 x축의 방향으로 1만큼

y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선이므로

점 (1, 2)에 대하여 대칭이다.

[참고-분수식은 점근선의 교점에 관한 점대칭이다.]

24. $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2+px+1 > 2x+p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

① $x \le -3$, $x = -1$, $x \ge 1$

② $x \le -1$, $x = 1$, $x \ge 3$

③ $x \le -3$, $x \ge 1$

④ $x \le -1$, $x \ge 3$

⑤ $-3 \le x \le -1$

해설

$x^2 + px + 1 > 2x + p$, $(x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면

$-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은

$f(-2) \ge 0$ 이고 $f(2) \ge 0$ 이어야 한다.

$f(-2) \ge 0$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \ge 0$

$\therefore$ $(x-1)(x-3) \ge 0$

$\therefore$ $x \le 1$, $x \ge 3 \cdots$ ㉠

$f(2) \ge 0$ 에서 $x^2 - 1 \ge 0$

$\therefore$ $(x+1)(x-1) \ge 0$

$\therefore$ $x \le -1$, $x \ge 1 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\therefore$ $x \le -1,\ x = 1,\ x \ge 3$

그런데 $x = 1$ 일 때,

$f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$ 이므로

주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \le -1,\ x \ge 3$

25. 두 부등식 $x^2-2x-8>0$,
$x^2-(2a+1)x+a^2+a<0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b+c$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(x-4)(x+2)>0$,
$\therefore\ x>4,\ x<-2$
$x^2-(2a+1)x+a(a+1)<0$
$(x-a)(x-a-1)<0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$
$\therefore\ -2 \le a \le 3$
$\therefore\ b=-2,\ c=3$
$\therefore\ b+c=1$

26. 자연수를 원소로 하는 집합 A가 「$x \in A$ 이면 $5-x \in A$이다.」를 만족한다. 이러한 성질을 만족하는 집합 A의 개수는?

① 3개　② 4개　③ 5개　④ 6개　⑤ 7개

해설

x 와 $5-x$가 자연수이므로 $x \geq 1$, $5-x \geq 1$ $\therefore$ $1 \leq x \leq 4$

㉠ $1 \in A$이면 $5-1=4 \in A$

㉡ $2 \in A$이면 $5-2=3 \in A$이므로

1, 4는 동시에 집합 A에 속하고, 마찬가지로 2, 3 도 동시에 집합 A에 속해야 한다.

따라서, 구하는 집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개다.

27. 집합 $A = \{x \mid 15 < x < 30,\ x = 3n + 2(n\text{은 자연수})\}$라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개 ② 16 개 ③ 24 개 ④ 32 개 ⑤ 40 개

해설

$A = \{17,\ 20,\ 23,\ 26,\ 29\}$이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29 로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$\therefore\ 32 - 8 = 24$ (개)

28. 두 집합 $A=\{x|1 \le x \le 5\}$, $B=\{x|3 < x < 7\}$에 대하여 $A \cap X = X$, $(A-B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X를 $X=\{x|p \le x \le q\}$라 할 때, q의 최솟값과 최댓값을 차례대로 쓰면?

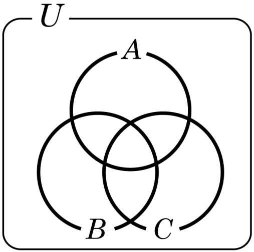
① 1, 3 ② 1, 5 ③ 1, 7 ④ 3, 5 ⑤ 3, 7

해설

조건에서 $X \subset A$, $(A-B) \subset X$ 즉, $\{x|1 \le x \le 3\} \subset X \subset \{x|1 \le x \le 5\}$

$X=\{x|p \le x \le q\}$ 에서 $p=1$, $3 \le q \le 5$

29. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \bigcirc Q$ 를 $P \bigcirc Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \bigcirc A$ 의 값을 구하면?



① A ② B ③ C ④ $\varnothing$ ⑤ $A - B$

해설

$P \bigcirc Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로

$A \bigcirc A = (A - A) \cup (A - A^c) = \varnothing \cup A = A$ 이다.

30. 집합 $M = \{x \mid |x| < m \text{인 유리수}\}$ 의 부분집합 A_n 을 $A_n = \left\{x \in M \,\middle|\, x - [x] = \frac{1}{n},\ n\text{은 } 2 \text{ 이상의 자연수}\right\}$ 라고 정의하자. A_n 의 원소의 개수가 30 일 때, 정수 m 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

집합 A_2 에서 $x - [x] = \frac{1}{2}$ 이므로

$$A_2 = \left\{\cdots,\ -\frac{5}{2},\ -\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\cdots\right\}$$

집합 A_3 에서 $x - [x] = \frac{1}{3}$ 이므로

$$A_3 = \left\{\cdots,\ -\frac{8}{3},\ -\frac{5}{3},\ -\frac{2}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{4}{3},\ \frac{7}{3},\cdots\right\}$$

집합 A_n 에서 $x - [x] = \frac{1}{n}$ 이므로

$$A_n = \left\{\cdots,\ -2+\frac{1}{n},\ -1+\frac{1}{n},\ \frac{1}{n},\ 1+\frac{1}{n},\ 2+\frac{1}{n},\cdots\right\}$$

따라서 A_n 의 원소는 n 의 값에 관계없이 모든 정수 사이에 1 개씩 있으므로 원소의 개수가 30 일 때 $m = 15$

31. $a+b=1$ 이고 $a^2+b^2=-1$ 일 때, $a^{2005}+b^{2005}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$b=1-a$ 를 a^2+b^2 에 대입하여 정리하면

$a^2-a+1=0$ $(a+1)(a^2-a+1)=0$

$a^3+1=0$ $\quad\therefore\ a^3=-1$

마찬가지 방법으로 $b^3=-1$

$a^{2005}+b^{2005}=(a^3)^{668}\cdot a+(b^3)^{668}\cdot b=a+b=1$

해설

a^3, b^3 의 값을 다음과 같이 구해도 된다.

$a^2-a+1=0$ 에서 $a^2=a-1$

$a^3=a^2\cdot a=(a-1)\cdot a=a^2-a=-1$

마찬가지 방법으로 $b^3=-1$

32. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+p+5=0$의 두근 α, β가 모두 양의 정수일 때, $\alpha>\beta$를 만족하는 순서쌍 $(\alpha,\ \beta)$의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 1 개

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha+\beta=p+1,\ \ \alpha\beta=p+5$

$\therefore\ \alpha+\beta-1=\alpha\beta-5$

$\therefore\ (\alpha-1)(\beta-1)=5$

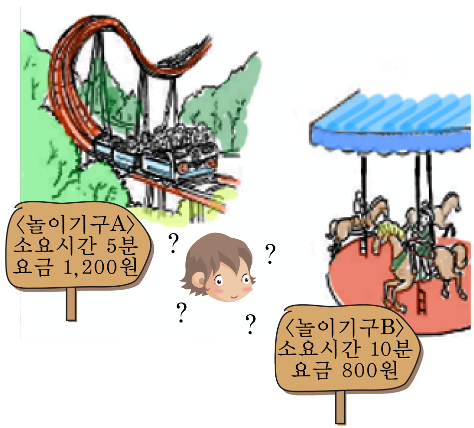
α, β 모두 양의 정수이고, $\alpha>\beta$이므로

$\alpha-1=5,\quad \beta-1=1$

$\alpha=6,\quad \beta=2$

$\therefore\ (6,\ 2)$ 1 개

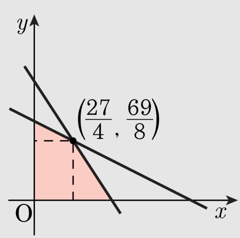
33. 놀이공원에서 두 종류의 놀이기구 A 와 B 를 타려고 하는데 두 놀이기구 A, B 의 1 회 소요시간은 각각 5 분, 10 분이고, 요금은 각각 1,200 원, 800 원이라 한다. 철수가 자유 시간 2 시간 동안 15,000 원으로 놀이기구를 탈 수 있는 횟수의 최댓값을 구하여라.(단, 이동시간과 기다리는 시간은 고려하지 않는다.)



▶ 답 : ______ 회

▷ 정답 : 15 회

해설



놀이기구 A, B 를 각각 x, y 번 탔다고 할 때,
연립부등식 $5x + 10y \le 120$, $1200x + 800y \le 15000$ 을 동시에 만족시키는 x, y 영역을 그리면,
이 중 x, y 가 자연수이므로 주어진 조건에서 횟수가 최대인 것은 $(7, 8)$, $(6, 9)$ 이다.
따라서 횟수의 최댓값은 15