1. 다음 중 81 의 약수는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

2. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 5 는 5 의 약수이다.

② 6 은 6 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.

④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.

⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤ 이다.

4. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134 ② 176 ③ 214 ④ 288 ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3 의 공배수이다.

5. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7\times5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^2\times y^3$

㉢ $4\times4=2^4$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2+3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\frac{3}{5^3}$

① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7^5$
㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^3\times y^2$
㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2\times3^3$
㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\left(\frac{1}{5}\right)^3$

6. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2\times2\times3\times2\times2}$
② $\frac{1}{2\times2\times2}\times\frac{1}{3\times3}$
③ $\frac{1}{2^2}\times\frac{1}{3^2}$
④ $\frac{1}{2^2\times3^2}$
⑤ $\frac{1}{2^3\times3^2}$

해설

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{2\times2\times2\times3\times3}$
$=\frac{1}{2^3\times3^2}$

7. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

8. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4 ② $3+3+3+3$ ③ $4 \times 4 \times 4$
④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ⑤ 4×3

해설
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

9. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5
② $4+4+4+4+4$
③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$
④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

10. 다음 중 30 이하의 소수가 아닌 것은?

① 11 ② 17 ③ 23 ④ 27 ⑤ 29

해설

30 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 이다.

11. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

12. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1
39 의 약수 : 1, 3, 13, 39
49 의 약수 : 1, 7, 49
51 의 약수 : 1, 3, 17, 51
따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4개이다.

13. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 13 은 소수이다.

② 52 는 합성수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 1 은 소수가 아니다.

② 10 은 합성수이다.

③ 17 은 소수이다.

④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.

⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

15. 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는?

① 9 ② 24 ③ 37 ④ 42 ⑤ 49

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

16. 다음 중 합성수인 것은?

① 13 ② 29 ③ 41 ④ 53 ⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

17. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40　② 2×20　③ $2^2 \times 10$
④ $2^3 \times 5$　⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ \hline 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline & 5 \end{array}$$

18. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r|r} 2 & 240 \\ \hline 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$\therefore\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

19. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

① 7　　② 9　　③ 11　　④ 13　　⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$

따라서 $a = 3,\ b = 3, c = 3$

$a+b+c = 9$

20. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a+b+c) \times (x+y+z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12　② 24　③ 36　④ 48　⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 3,\ y = 1,\ z = 2$

$\therefore\ (a+b+c)\times(x+y+z) = (2+3+5)\times(3+1+2) = 10\times6 = 60$

21. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$

따라서 $a = 2,\ b = 7, m = 2, m = 2$

$a+b+m+n = 13$

22. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11 ② 1, 2, 3, 11 ③ 2^2, 11
④ 2^3, 3, 11 ⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$264 = 2^3 \times 3 \times 11$

23. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2, 3, 5$　　② $2, 3, 7$　　③ $2, 3, 5, 7$

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$　　⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 $2, 3, 5, 7$ 이다.

24. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 9　　⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\dfrac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

25. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5　② 7　③ 15　④ 21　⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

26. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

27. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서
$28 = 2^2 \times 7$
$a = 7$
$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$
$2^2 \times 7^2 = b^2$
$b = 2 \times 7 = 14$

28. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

$540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

29. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600　　② 4900　　③ 6400
④ 8100　　⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.
따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.
$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

30. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^3\times3\times5$ ③ $2\times3^3\times5$
④ $2\times3\times5\times7^2$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$120=2^3\times3\times5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5 의 지수가 홀수인 수를 곱한다.
$2^2\times3\times5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

31. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24　② 38　③ 56　④ 60　⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

32. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2 개)?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 9　　⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x이고, 어떤 자연수를 y라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \cdots$
$= 3, 12, \cdots$

33. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2$, 2×3^2 , 2^3 , $2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

34. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$135 = 3^3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

35. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6　　② $2^2 \times 3$　　③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7　　⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

36. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2$
④ $3^3 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

37. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2　　② 2×5　　③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$　　⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

38. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11　　② 13　　③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$　　⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

39. 다음 중 63 의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$63 = 3^2 \times 7$

40. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

① 36 개 ② 42 개 ③ 48 개 ④ 54 개 ⑤ 58 개

해설

$2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$
$= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2$
(약수의 개수)$= (2+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (2+1) = 54$ (개)

41. 18 의 약수의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

$18 = 2 \times 3^2$

약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이다.

42. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11} ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^3 \times 7^2$
④ $3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $11 + 1 = 12$ (개)
② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

43. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$　② $2^2 \times 7^5$　③ $3^2 \times 5 \times 7$
④ $3^3 \times 7$　⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7+1=8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $(3+1)\times(4+1)=20$ (개)
② $(2+1)\times(5+1)=18$ (개)
③ $(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$ (개)
④ $(3+1)\times(1+1)=8$ (개)
⑤ 8을 소인수분해하면 $8=2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1=4$ (개) 이다.

44. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단,m, n은 자연수이고, $a \neq 3, 5$인 소수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$135 = 3^3 \times 5$

(약수의 개수) $= 4 \times 2 = 8$(개)

$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8$, $n = 1, m = 1$

그러므로 $n + m = 1 + 1 = 2$

45. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2　　② 5　　③ 7　　④ 8　　⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$

$n+1 = 8$

$\therefore\ n = 7$

46. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$

$a+1 = 4$

$\therefore\ a = 3$

47. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :
$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)
$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :
$(2+1) \times (1+1) \times (x+1) = 12$ (개)
$\therefore\ x = 1$

48. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서
$(4+1)\times(\square+1) = 5\times2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.
그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

49. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4　　② 8　　③ 15　　④ 30　　⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2$, $b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

50. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1　　② 4　　③ 9　　④ 16　　⑤ 25

해설

$21 = 7 \times 3 = (6+1) \times (2+1)$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore$ 4