

1. 다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① -4 ② 4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

2. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.81}$

㉡ $\sqrt{0.1}$

㉢ $\sqrt{121}$

㉣ $\sqrt{13}$

㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.81}$ 은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9이다.

㉡ $\sqrt{0.1}$ 는 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

㉢ $\sqrt{121}$ 은 121 의 양의 제곱근이므로 11이다.

㉣ $\sqrt{13}$ 는 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ 는 $\frac{4}{25}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{5}$ 이다.

3. 다음 중 가장 큰 값은?

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$

이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

4. $x > 2$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(2-x)^2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} x > 2 \text{ 이므로 } x-2 > 0, 2-x < 0 \\ (\text{준식}) &= (x-2) - \{-(2-x)\} \\ &= (x-2) - (x-2) = 0 \end{aligned}$$

5. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{(-7)^2}$

② $-(-\sqrt{3})^2$

③ $\sqrt{20}$

④ 6

⑤ $\sqrt{45}$

해설

① $7 = \sqrt{49}$

② -3

③ $\sqrt{20}$

④ $6 = \sqrt{36}$

⑤ $\sqrt{45}$

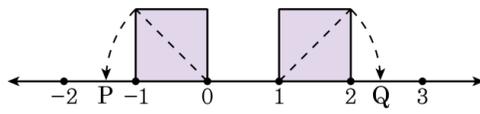
6. $7 < \sqrt{10x^2} < 12$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하면?

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} 7 < \sqrt{10x^2} < 12 \\ 49 < 10x^2 < 144 \\ 4.9 < x^2 < 14.4 \\ x^2 &= 9 \\ \therefore x &= \pm 3 \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 수직선 위의 사각형은 정사각형이다. 이 때, 점 $P(a)$, $Q(b)$ 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $a+b=1$

해설

$P(-\sqrt{2})$, $Q(1+\sqrt{2})$ 이므로
 $a+b = -\sqrt{2}+1+\sqrt{2} = 1$

8. $(0.1)^2$ 의 음의 제곱근을 A , 25의 제곱근의 개수를 B 라고 할 때, $10A + B$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(0.1)^2 = 0.01$ 이고

$(0.1)^2$ 의 음의 제곱근은 -0.1 이다.

$\therefore A = -0.1$

25는 양수이므로 25의 제곱근은 ± 5 이고, 개수는 2개이다.

$\therefore B = 2$

$\Rightarrow 10A + B = 10 \times (-0.1) + 2 = -1 + 2 = 1$

9. $1 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2} &= -(x-3) + x + 1 \\ &= 4\end{aligned}$$

10. $\sqrt{120}$ 에 \sqrt{a} 를 곱했더니 자연수가 되었다. a 의 최솟값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{120} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5}$ 이므로 지수가 홀수인 경우 짝수가 되도록 맞춘다. 이렇게 해서 최솟값으로 만들기 위해서는 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$ 이 되어야 한다.

$$\text{따라서 } \sqrt{120} \sqrt{a} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5} \sqrt{a} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$$

$$\therefore \sqrt{a} = \sqrt{2 \times 3 \times 5}$$

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5$$

11. 다음 중 $\sqrt{13+x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 가 아닌 것은?

- ① 3 ② 12 ③ 23 ④ 36 ⑤ 50

해설

$$\textcircled{5} \sqrt{13+50} = \sqrt{63}$$

12. $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ 을 간단히 하면?

① 1

② -1

③ $3-2\sqrt{2}$

④ $-3+2\sqrt{2}$

⑤ $1-2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 - \sqrt{2} > 0, 1 - \sqrt{2} < 0 \\ |2 - \sqrt{2}| - |1 - \sqrt{2}| &= 2 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

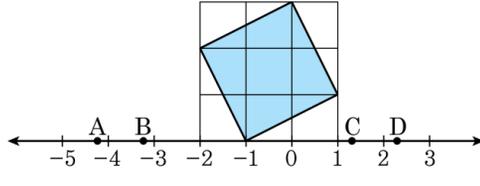
▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 4$

해설

$$\begin{aligned} 4.6 &= \sqrt{21.16}, 5.1 = \sqrt{26.01}, \\ \sqrt{21.16} &< \sqrt{x} < \sqrt{26.01} \text{ 을 만족하는} \\ x &= 22, 23, 24, 25, 26 \\ a &= 26, b = 22 \\ \therefore a - b &= 26 - 22 = 4 \end{aligned}$$

14. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

$$\begin{aligned} -3 < -\sqrt{5} < -2 \\ -4 < -1 - \sqrt{5} < -3 \end{aligned}$$

15. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

16. 다음에 주어진 두 수의 대소가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$ ② $2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{8} < -3$ ④ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.3}$

⑤ $-3\sqrt{2} > -2\sqrt{3}$

해설

① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3)$
 $= -\sqrt{3} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{3} > 0$
 $\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} > 0$

③ $-\sqrt{8} > -\sqrt{9}$
 $\therefore -\sqrt{8} > -3$

④ $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.3}$

⑤ $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$, $-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$
 $\therefore -3\sqrt{2} < -2\sqrt{3}$

17. 세 수 $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0$$

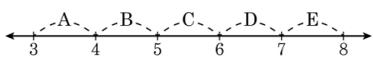
$$\therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

따라서 $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 이다.

18. 다음 수직선에서 $4\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$$
$$6 < \sqrt{48} < 7 \text{ 이므로 D 구간}$$

19. 다음 수 중에서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3} + 0.1$ ② $\sqrt{3} + 0.01$ ③ $\sqrt{5} - 0.01$
④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{(1.7)^2} = \sqrt{1.89} < \sqrt{3} < \sqrt{3.24} = \sqrt{(1.8)^2}$$

$$\therefore 1.7 < \sqrt{3} < 1.8 \dots \text{㉠}$$

$$\sqrt{(2.2)^2} = \sqrt{4.84} < \sqrt{5} < \sqrt{5.29} = \sqrt{(2.3)^2}$$

$$\therefore 2.2 < \sqrt{5} < 2.3 \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡ 에서 } 0.4 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 0.6 \dots \text{㉢}$$

따라서 ①, ②, ③은 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있다.

⑤ $0.2 < \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} < 0.3$ (\because ㉢) 이므로 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

20. 두 부등식 $2 < \sqrt{x-3} < 3$, $4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 값을 모두 만족하는 정수 x 의 값들을 모두 합하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$2 < \sqrt{x-3} < 3$$

$$4 < x-3 < 9$$

$$7 < x < 12$$

$$x = 8, 9, 10, 11$$

$$4 < \sqrt{2x} < 5$$

$$16 < 2x < 25$$

$$8 < x < 12.5$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

두 부등식을 동시에 만족하는 x 값은 9, 10, 11

$$\therefore 9 + 10 + 11 = 30$$

21. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$

㉡ 3.14

㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$

㉣ $-\sqrt{5}$

㉤ $\sqrt{0.16}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

22. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

23. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

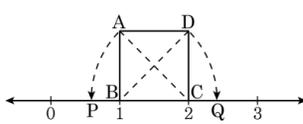
24. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

25. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{(구하는 값)} &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

26. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

27. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서

$$4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0,$$

$$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서

$$3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0,$$

$$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서

$$\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0, \therefore \sqrt{2} + 1 < 3$$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서

$$3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0,$$

$$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} &= \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} \\ &= \frac{7\sqrt{20}}{7 \cdot 5} - \frac{5\sqrt{42}}{5 \cdot 7} \\ &= \frac{35}{\sqrt{980}} - \frac{35}{\sqrt{1050}} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$$

28. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm\sqrt{34}$

해설

$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$
 $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$ 의 제곱근은 $\pm 3 \therefore b = -3$
 $\sqrt{(-169)^2} = 169$ 의 제곱근은 $\pm 13 \therefore c = -13$
 $bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34$ 이므로
34의 제곱근은 $\pm\sqrt{34}$ 이다.

29. 다음 값을 바르게 구한 것끼리 짝지은 것은?

보기

㉠ $\sqrt{16} = \pm 4$

㉡ $-\sqrt{0.09} = -0.3$

㉢ $\sqrt{(-13)^2} = \pm 13$

㉣ $-\sqrt{(-5)^2} = -5$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

㉡ $-\sqrt{0.09} = -\sqrt{0.3^2} = -0.3$

㉢ $\sqrt{(-13)^2} = -(-13) = 13$

㉣ $-\sqrt{(-5)^2} = -\{-(-5)\} = -5$

30. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

31. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

32. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

33. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+ (무리수)
- ② (무리수)- (무리수)
- ③ (유리수) \times (무리수)
- ④ (무리수) \div (무리수)
- ⑤ (무리수)- (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)