1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$을 풀면?

① $x = -1$ (중근), $-\frac{1}{2}$, 2 ② $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 2 ④ $x = -1, \frac{1}{2}$, 2 (중근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

	2	−1	−6	−1	2
−1		−2	3	3	−2
	2	−3	−3	2	0
2		4	2	−2	
	2	1	−1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$(x+1)(x-2)(2x^2 + x - 1) = 0$

$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ \frac{1}{2},\ 2$

2. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ 을 풀면?

① $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

② $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$

④ $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = \pm 2, \quad x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	−2	2	2	−3
		1	−1	1	3
−1	1	−1	1	3	0
		−1	2	−3	
	1	−2	3	0	

$\Rightarrow \quad (x-1)(x+1)(x^2 - 2x + 3) = 0$

$\therefore x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$

$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$

(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$

(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$

$\therefore\ x = \pm 3$

따라서 모든 해의 합은

$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

4. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$ 에서
$x^2 - 2x = t$ 로 놓으면
$t(t - 2) - 3 = 0$,
$t^2 - 2t - 3 = 0$
$(t - 3)(t + 1) = 0$
$\therefore\ t = 3$ 또는 $t = -1$
(i) $t = 3$, 즉 $x^2 - 2x = 3$ 일 때
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x - 3)(x + 1) = 0$
$\therefore\ x = -1$ 또는 $x = 3$
(ii) $t = -1$, 즉 $x^2 - 2x = -1$ 일 때
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$(x - 1)^2 = 0$
$\therefore\ x = 1$ (중근)
따라서, $-1 \times 3 \times 1 = -3$

5. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2-2x)^2-6(x^2-2x)-16=0$$

① 4 ② -4 ③ -2 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$x^2-2x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$X^2-6X-16=0,\ (X-8)(X+2)=0$

$\therefore x=8$ 또는 $X=-2$

(i) $X=8$ 일 때 $x^2-2x=8$ 에서 $(x-4)(x+2)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=-2$

(ii) $X=-2$ 일 때$x^2-2x=-2$ 에서 $x^2-2x+2=0$

$\therefore x=1\pm i$

따라서 (i), (ii)에서 $x=4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$