1. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$135 = 3^3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

2. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 $m = 2 \times 3$

$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2$, $n = 2^3 \times 3 = 24$

$m = 6,\ n = 24$

$\therefore m + n = 30$

3. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 $a,\ b$ 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45　　② 60　　③ 75　　④ 90　　⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15,\ b = 60$

$\therefore b - a = 45$

4. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$\frac{140}{x} = y^2$ 에서

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

$x = 5 \times 7$

$2^2 = y^2$

$2 = y$

$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$

5. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3　② 5　③ 3×5　④ 5^2　⑤ 10

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5$
곱해야할 가장 작은 자연수는
$2 \times 5 = 10$

6. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

7. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

8. 80 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$80 = 2^4 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

9. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

10. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

11. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

12. 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로
가장 작은 $x = 3$
두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

13. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$(2^3 \times 5) \times x = y^2$

$x = 2 \times 5,\ 2^3 \times 5,\ 2 \times 3^2 \times 5,\ 2^5 \times 5,\ 2 \times 5^3$

$= 10,\ 40,\ 90,\ 160,\ 250,\ \cdots$

x 는 300 이하의 자연수 이므로

10, 40, 90, 160, 250

14. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$40 = 2^3 \times 5$

$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2$ 에서

$n = 2 \times 5 \times k^2$ 꼴이므로

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$

$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$

$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$

$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$

$\therefore$ 10, 40, 90, 160

15. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$

$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서

$n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로

n 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$

$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$

$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$

$\therefore 35,\ 315$

16. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2$ 이므로
따라서 n 은
$n = 2 \times 1^2 = 2$
$n = 2 \times 2^2 = 8$
$n = 2 \times 3^2 = 18$
$n = 2 \times 4^2 = 32$
그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

17. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2$, 2×3^2 , 2^3 , $2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

18. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

19. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n은 2×5 이다.
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$2 \times 5 \times 3^2 = 90$
$\therefore$ 10, 40, 90

20. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$72 \times a = b^2$ 에서
$72 = 2^3 \times 3^2$
$a = 2$
$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$
$2^4 \times 3^2 = b^2$
$b = 2^2 \times 3 = 12$

21. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2　② 6　③ 9　④ 12　⑤ 18

해설

$24 \times a = b^2$

$2^3 \times 3 \times a = b^2$

$a = 2 \times 3 = 6$

$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$

$b = 2^2 \times 3 = 12$

$\therefore a + b = 18$

22. $28 \times x = \dfrac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$28 \times x = \dfrac{588}{y} = z^2$

$28 \times x$ 와 $\dfrac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$2^2 \times 7 \times x = \dfrac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y}$ 에서

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7,\ 7 \times 2^2,\ 7 \times 3^2,\ 7 \times 4^2,\ \cdots$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2$, $2^4 \times 7^2$, $2^2 \times 3^2 \times 7^2$, $2^6 \times 7^2,\ \cdots$ 이다.

$\dfrac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2$ 을 만족하는 y 는 $3, 2^2 \times 3,\ 3 \times 7^2,\ 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2$, 7^2 , 2^2 , 1 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7,\ y = 3,\ z = 14$ 이다.

23. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$,

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.