

1. $a \neq 0$ 이고, a, b 가 정수일 때, 다음 중 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 0

② -2

③ 0.17

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1.020030004...

해설

⑤ 1.020030004...은 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{11}{45}$

③ $\frac{5}{36}$

④ $\frac{5}{66}$

⑤ $\frac{14}{70}$

해설

$\frac{14}{70} = \frac{1}{5}$ 즉, 분모에 5 밖에 없으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

① 분모에 11 이 있으므로 무한소수

② $\frac{11}{45} = \frac{11}{3^2 \times 5}$ 이므로 무한소수

③ $\frac{5}{36} = \frac{5}{2^2 \times 3^2}$ 이므로 무한소수

④ $\frac{5}{66} = \frac{5}{2 \times 3 \times 11}$ 이므로 무한소수

4. 유리수 $\frac{1234}{999}$ 를 소수로 나타내면 $1.\dot{2}3\dot{5}$ 이다. 소수점 아래 52 번째 자리의 숫자를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$1.\dot{2}3\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 3 개
 $52 = 3 \times 17 + 1$ 이므로 소수점 아래 52 번째 자리의 숫자는 2 이다.

5. 분수 $\frac{1}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 96 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}, 96 \div 6 = 16 \cdots 0$$

소수점 아래 96 번째 자리 숫자는 7이다.

6. 다음 중 $x = 21.10\dot{3}$ 을 분수로 나타내는 계산에서 쓰이는 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - 100x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - x$

해설

$x = 21.10\dot{3} = 21.10333\cdots$ 이므로 이를 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 100x$ 이다.

7. $x = 0.\dot{3}1$ 일 때, 보기에서 식의 값이 자연수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $100x - x$

㉡ $100x - 10x$

㉢ $1000x - 10x$

㉣ $1000x - 100x$

㉤ $10000x - 100x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠

$$100x = 31.3131\cdots$$

$$\begin{array}{r} -) \quad x = 0.3131\cdots \\ \hline 99x = 31 \end{array}$$

㉤

$$10000x = 3131.3131\cdots$$

$$\begin{array}{r} -) \quad 100x = 31.3131\cdots \\ \hline 9900x = 3000 \end{array}$$

8. 다음 중 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{6} > 0.17$ ② $3.4\dot{9} = 3.5$ ③ $0.\dot{3}0 = 0.3$
④ $0.4\dot{3} > 0.4\dot{3}$ ⑤ $\frac{1}{15} > 0.\dot{0}\dot{6}$

해설

- ① $\frac{1}{6} < 0.17$ ($\Rightarrow \frac{1}{6} = 0.1666\cdots$)
② $3.4\dot{9} = \frac{349 - 34}{90} = \frac{35}{10} = 3.5$
③ $0.\dot{3}0 > 0.3$ ($\Rightarrow 0.\dot{3}0 = 0.3030\cdots$)
④ $0.4\dot{3} < 0.4\dot{3}$ ($\Rightarrow 0.4\dot{3} = 0.433333\cdots, 0.\dot{4}\dot{3} = 0.434343\cdots$)

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하지 않는 무한소수도 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 순환소수는 모두 유리수이다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ④ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ④ 유리수 중에 순환소수도 있다.
- ⑤ 순환소수는 무리수이다.

10. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

- ① 45
- ② 50
- ③ 60
- ④ 75
- ⑤ 100

해설

$a = 5^2, b = 10^3, c = \frac{3}{2^3 \times 5}, bc - a = 75 - 25 = 50$

11. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\begin{aligned}\frac{22}{111} &= 0.\dot{1}9\dot{8} \\ x &= 198 \\ \frac{7}{3} &= 2.\dot{3} \\ y &= 3 \\ \therefore x + y &= 201\end{aligned}$$

12. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}$

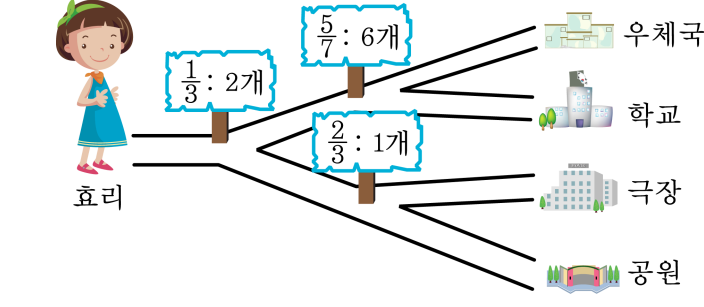
② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

13. 효리는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 순환마디의 숫자의 개수가 맞으면 왼쪽으로 가고, 틀리면 오른쪽으로 간다고 한다. 효리가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라. (단, 이정표는 분수와 그 분수를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디의 숫자의 개수를 나타낸 것이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 극장

해설

$\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, 순환마디는 1 개이므로 오른쪽으로 가고,
 $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$, 순환마디는 1 개이므로 왼쪽으로 간다.
따라서 효리가 도착하는 곳은 극장이다.

14. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.9) \times \frac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$(999.\dot{9} - 99.9) = 1000 - 100 = 900$$

$$b = 900 \times \frac{13}{100 \times a} = \frac{9 \times 13}{a}$$

$$b = \frac{9 \times 13}{a} \text{은 1보다 큰 자연수이므로}$$

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3이다.

$$\therefore x - y = 36$$

15. $a.bcd\dot{e}f = \frac{123456}{99000}$ 일 때, 한 자리 양의 정수 a, b, c, d, e, f 의 값을 각각 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 1$
- ▷ 정답 : $b = 2$
- ▷ 정답 : $c = 4$
- ▷ 정답 : $d = 7$
- ▷ 정답 : $e = 0$
- ▷ 정답 : $f = 3$

해설

$$\frac{123456}{99000} = 1.247\dot{0}3 \text{ 이므로}$$
$$a = 1, b = 2, c = 4, d = 7, e = 0, f = 3$$

16. 자연수 a, b 에 대하여 $0.2\dot{0}a = \frac{b}{110}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$0.2\dot{0}a = \frac{(200 + a) - 2}{990} = \frac{198 + a}{990}$$

$$\frac{b}{110} = \frac{b \times 9}{110 \times 9} = \frac{9b}{990}$$

$$\text{즉, } \frac{198 + a}{990} = \frac{9b}{990} \text{ 이므로 } 198 + a = 9b$$

이때, $9b$ 는 9 의 배수이므로 $198 + a$ 도 9 의 배수이어야 한다.

따라서, $0 < a \leq 9$ 인 정수이므로 $a = 9$ 이다.

$$a = 9 \text{ 일 때, } b = 23$$

$$\therefore a + b = 9 + 23 = 32$$

17. $\frac{a}{180}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 가장 작은 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{b}$$
$$a = 9, b = 20 \quad \therefore a + b = 29$$

18. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

- ① 4991 ② 4992 ③ 4993 ④ 4994 ⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

19. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 384615

해설

$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615 \dots$ 이고

$10^6x = 384615.384615 \dots$ 이므로

$10^6x - x = 384615$ 이다.

20. 순환소수 $0.\dot{a}b$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}a$ 를 기약분수로 나타내어라.

(단, a, b 는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$$0.\dot{a}b = \frac{10a + b}{99} = \frac{13}{33}$$

$$\therefore 10a + b = 39 \cdots \textcircled{1}$$

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a = 3, b = 9$

$$\therefore 0.\dot{b}a = 0.\dot{9}3 = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$$

21. $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{9} &< \frac{a}{9} < \frac{53}{90} \\ 2 &< a < \frac{53}{10} \\ 2 &< a < 5.3 \end{aligned}$$

22. 어떤 자연수에 0.4를 곱할 것을 0.4를 곱하여 계산하였더니 정답과의 차가 2가 되었다. 어떤 자연수를 구하면?

① 32

② 45

③ 55

④ 62

⑤ 75

해설

$$x \times 0.4 - x \times 0.4 = 2$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{2}{5}x = 2$$

$$20x - 18x = 90$$

$$\therefore x = 45$$

23. 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 경우의 수를 순서쌍 (a, b) 로 나타낼 때 $(a \times b)$ 의 값이 짝수가 되는 순서쌍에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 유한소수가 되는 수의 개수를 구하여라. (단 $a \neq b, a < b$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 7개

해설

$(a \times b)$ 의 값이 짝수가 되기 위해서는 a, b 중 적어도 하나는 짝수이어야 한다.

순서쌍을 구해 보면

(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 6),
(4, 5), (4, 6), (5, 6)

이 중 $\frac{a}{b}$ 의 값이 유효소수가 되는 것은 기약분수의 분모에 2 나

5 이외의 소인수가 없는 경우이므로
 (1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (2, 4), (2, 8), (4, 5) 7가지 경우

(1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 6), (4, 5) 7가지 경우이다.

24. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

25. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b \times 111} = c$ 라 할 때, 자연수 $9990c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때, $\frac{a}{b \times 111}$ 가 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고,

$\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 2 의 약수이거나 3 의 약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서 $b = 9, a = 1$ 일 때 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 는 최솟값 10 을 가진다.