

1. a, b 는 정수이고 $a \neq 0$ 일 때, 다음 중에서 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은 몇 개인가?

㉠ $\frac{7}{2^2 \times 7^2}$

㉡ $\frac{5}{2^2 \times 3^2}$

㉢ $0.159272\dots$

㉣ π

㉤ $0.89898989\dots$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

유리수는 분수로 나타낼 수 있는 수이며 유한소수, 순환소수, 정수가 포함된다.

㉣, ㉤처럼 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음 중 순환마디를 바르게 표현한 것은?

- ① $0.1232323\cdots$, 123
- ② $1.351351\cdots$, 135
- ③ $2.573573\cdots$, 57
- ④ $3.461461\cdots$, 4614
- ⑤ $10.462462\cdots$, 462

해설

- ① 23
- ② 351
- ③ 573
- ④ 461
- ⑤ 462

3. 다음 중 순환소수의 표현이 바른 것은?

① $0.12222\cdots = 0.\dot{1}2$

② $0.377377377\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}\dot{7}$

③ $0.181818\cdots = 0.1\dot{8}$

④ $7.7777\cdots = \dot{7}.\dot{7}$

⑤ $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

해설

① $0.\dot{1}2$

② $0.\dot{3}7\dot{7}$

③ $0.1\dot{8}$

④ $7.\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}$

4. 다음 수 중에서 1 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 1.i ㉡ 1.0i ㉢ 1.0i ㉣ 1.01

① ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢ ② ㉡ → ㉠ → ㉣ → ㉢

③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡ ④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣

⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 1.1111...
㉡ 1.0111...
㉢ 1.010101...
㉣ 1.01
∴ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠의 순서이다.

5. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{5}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{5}{9}$$

$$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{25}{45}$$

$$18 < 5x < 25$$

$$\frac{18}{5} < x < 5$$

$$\therefore x = 4$$

6. 두 순환소수 $0.\dot{0}4 + 0.\dot{1}6$ 을 바르게 계산하면?

- ① $0.\dot{2}0$ ② $0.20\dot{6}$ ③ $0.\dot{2}1$ ④ $0.21\dot{6}$ ⑤ $0.22\dot{0}$

해설

$$0.\dot{0}4 + 0.\dot{1}6 = \frac{4}{99} + \frac{16}{99} = \frac{20}{99} = 0.\dot{2}0$$

7. $0.\dot{5}4 \div 0.\dot{6}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$0.\dot{5}4 \div 0.\dot{6} = \frac{54}{99} \div \frac{6}{9} = \frac{54}{99} \times \frac{9}{6} = \frac{9}{11}$$

$$\therefore a = 11, b = 9$$

$$\therefore a + b = 20$$

8. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9 ② 18 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로}$$

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

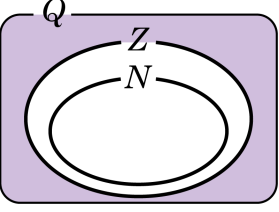
9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 무한소수는 모두 유리수가 아니다.
- ⑤ 유리수에는 정수와 유한소수만 포함된다.

해설

- ② 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 순환소수는 유리수이다.
- ⑤ 순환소수도 유리수이다.

10. 자연수, 정수, 유리수의 집합을 각각 N, Z, Q 라 할 때, 다음 중 색칠한 부분에 알맞은 수를 모두 찾으시오?



- ① 3
- ② -4
- ③ $\frac{12}{6}$
- ④ $\frac{3}{5}$
- ⑤ 0.25

해설

- 색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수
- ① 양의 정수
- ② 음의 정수
- ③ $\frac{12}{6} = 2$ 이므로 양의 정수
- ④, ⑤ : 정수가 아닌 유리수

11. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \textcircled{㉓}}{5^2 \times \textcircled{㉔}} = \frac{\textcircled{㉕}}{100} = \textcircled{㉖}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

12. 분수 $\frac{x}{420}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이 때, 두 자리의 수 중에서 가장 작은 수 x 는?

① 21 ② 81 ③ 84 ④ 96 ⑤ 99

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 x 가 최소한 3×7 은 약수로 가져야하므로 x 는 21 의 배수
21 의 배수인 두자리 수 중에서 가장 작은 수는 21 이다.
 $\therefore x = 21$

13. A 는 $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 인 유한소수를 만족하는 (x, y) 이다. 이때, 20이하의 소수라고 할 때, (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

20 이하의 소수는
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이고
 $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수가 되는 x 는
2, 3, 5, 11의 4개이다.

14. 순환소수 $0.4\dot{2}01$ 의 소수점 아래 31번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$0.4\dot{2}01$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 1이다.

15. 다음 순환소수 $0.7\dot{4}2$ 를 분수로 고치는 과정이다. 빈칸의 수가 옳게 된 것은?

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(①) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(②) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(③) $x =$ (④)
 $\therefore x =$ (⑤)

- ① 100 ② 100 ③ 999 ④ 735 ⑤ $\frac{66}{49}$

해설

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(10) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(1000) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(990) $x =$ (735)
 $\therefore x = \left(\frac{735}{990}\right)$

16. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 원주율 π 는 순환소수이다.
- ㉡ 3.141592는 유한소수이다.
- ㉢ $\frac{6}{75}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ $\frac{8}{11}$ 은 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 순환소수는 유리수가 아니다.

해설

- ㉠ $\pi \rightarrow$ 순환하지 않는 무한소수
- ㉡ 3.141592 $\rightarrow$ 유한소수
- ㉢ $\frac{6}{75} = \frac{2}{5^2} \rightarrow$ 유한소수
- ㉣ $\frac{8}{11} = 0.\dot{7}2$
- ㉤ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있으므로 순환소수는 유리수이다.

17. 두 분수 $\frac{6}{35}$, $\frac{14}{36}$ 에 어떤 수 a 를 각각 곱하면 모두 유한소수가 된다고 할 때, 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{6}{35} \times a = \frac{6}{5 \times 7} \times a$ 에서 a 는 7의 배수이고,
 $\frac{14}{36} \times a = \frac{7}{18} \times a = \frac{7}{2 \times 3^2} \times a$ 에서 a 는 9의 배수 일 때 유한소수가 되므로
7과 9의 공배수 중 가장 작은 수는 63이다.

18. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로
 $a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10} \text{ 에서 } b = 10$$

$$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$$

19. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.\dot{a}bc$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$$a = 5, b = 7, c = 6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

20. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

- ① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285 \cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$

21. $x = 1.37\bar{5}$ 일 때, $10^3x - 10^2x$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1238

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=1375.555\cdots \\ -) 100x= 137.555\cdots \\ \hline 900x=1238 \end{array}$$

따라서

$$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$$

22. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A$ 이다.

23. $\frac{9 \times 6^n}{4}$ 의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\begin{aligned}\frac{9 \times 6^n}{4} &= \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2} \\ &= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n \\ &= 2^{n-2} \times 3^{n+2}\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n-2+1)(n+2+1) = (n-1)(n+3) = 77 \text{ 이므로}$$

$$n-1=7, n+3=11$$

$$\therefore n=8$$

24. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수)일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수
 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$
 $\therefore 100 - 33 = 67$

25. $x = 0.8$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8$ 일 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$