2. 다음 <보기>에서 유한소수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 3.65	㉡ 0.38888...
㉢ 0.325	㉣ $\frac{3}{8}$
㉤ 1.010010001...	㉥ $\frac{4}{9}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉠, ㉣, ㉥
④ ㉠, ㉥ ⑤ ㉣, ㉥, ㉥

해설

유한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수이므로
㉠ 3.65 ㉢ 0.325 ㉣ $\frac{3}{8}$ 이 해당된다.

3. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times \square}{2^4 \times 5 \times \square} = \frac{375}{10000} = 0.0375$$

- ① 3 ② 5 ③ 3^2 ④ 5^2 ⑤ 5^3

해설

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times 5^3}{2^4 \times 5 \times 5^3} = \frac{375}{10000} = 0.0375 \text{ 에서 } \square \text{ 안에 알맞은 수는 } 5^3 \text{ 이다.}$$

4. A가 유한소수일 때, 다음 중 A에 해당하는 것은?

① 3.141592...

② $\frac{51}{180}$

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$

④ 0.512512512...

⑤ $\frac{3}{56}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2} = \frac{3}{2^2}$ (유한소수)

5. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

- ① 2 ② 11 ③ 15 ④ 18 ⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

6. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것은?

① $0.121212\cdots = 0.\dot{1}2$

② $0.405405\cdots = 0.\dot{4}05$

③ $1.234234\cdots = 1.\dot{2}34$

④ $1.06666\cdots = 1.0\dot{6}$

⑤ $-2.5555\cdots = -2.\dot{5}$

해설

① $0.\dot{1}2$

② $0.\dot{4}05$

③ $1.\dot{2}34$

④ $1.0\dot{6}$

⑤ $-2.\dot{5}$

7. $x = 4.56666\dots$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $4.\dot{5}6$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디가 56이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{92}{33}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수이다.

해설

- ① $4.5\dot{6}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디는 6이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{137}{30}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다.
- ⑤ 순환하는 무한소수이다.

8. 다음 중 순환소수를 분수로 나타내는 계산과정이 옳은 것은?

① $0.\dot{7}\dot{2} = \frac{72-7}{99}$

② $0.23\dot{4} = \frac{234-4}{9000}$

③ $2.0\dot{5} = \frac{205-20}{900}$

④ $1.2\dot{3}\dot{4} = \frac{1234-12}{990}$

⑤ $0.45\dot{6} = \frac{456}{900}$

해설

① $0.\dot{7}\dot{2} = \frac{72}{99}$

② $0.23\dot{4} = \frac{234-23}{900}$

③ $2.0\dot{5} = \frac{205-20}{90}$

④ $1.2\dot{3}\dot{4} = \frac{1234-12}{990}$

⑤ $0.45\dot{6} = \frac{456}{999}$

9. 다음 중 대소 관계가 옳게 나타내어진 것은?

① $1 > 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11}$

④ $0.\dot{3}\dot{2} < 0.\dot{3}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9}$

해설

① $1 = 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231 : 0.2323\cdots > 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11} : \frac{10}{99} > \frac{9}{99}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9} : \frac{23}{99} > \frac{22}{99}$

10. $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{12}$ 중 유한소수인 것은 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5 뿐이어야 하므로 $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}$ 의 5개이다.

11. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\bar{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

12. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

- ① $0.5\dot{2}i$ ② $0.\dot{5}2i$ ③ $5.\dot{2}i$ ④ $5.2\dot{i}$ ⑤ $5.5\dot{2}i$

해설

② $1000x$ 와 x 의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.52i$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

13. 다음 순환소수 $x = 1.05252\cdots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① x 는 유리수이다.
- ② 순환마디는 25이다.
- ③ $1000x - 100x$ 는 정수이다.
- ④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.
- ⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

해설

- ① x 는 유리수이다.
- ② 순환마디는 52이다.
- ③ $1000x - 100x$ 는 정수이다.
- ④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.
- ⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

14. 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$$\begin{aligned} 1.45\dot{9} &= 1 + \boxed{} \times 0.00\dot{1} \\ &= 1 + \boxed{} \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{\boxed{}}{37} \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 459

▷ 정답: 459

▷ 정답: 54

해설

$$\begin{aligned} 1.45\dot{9} &= 1 + 459 \times 0.00\dot{1} \\ &= 1 + 459 \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{54}{37} \end{aligned}$$

15. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$$a = 0.123, b = 0.12\dot{3}, c = 0.1\dot{2}3, d = 0.i\dot{2}3$$

- ① $a < b < c < d$ ② $d < c < b < a$ ③ $a < d < c < b$
④ $b < c < d < a$ ⑤ $a < c < d < b$

해설

a . 0.123
 b . 0.123333...
 c . 0.12323...
 d . 0.123123...
이므로 $a < d < c < b$ 이다.

16. $2.\dot{9} + 0.\dot{3}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 3 ② 13 ③ 23 ④ 27 ⑤ 33

해설

$$\frac{27}{9} + \frac{3}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$

$$a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

17. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 37

▷ 정답: 111

▷ 정답: 333

▷ 정답: 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약수는

1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

18. 분수 $\frac{36}{111}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{36}{111} = 0.324324\cdots = 0.\dot{3}2\dot{4}$$

$100 \div 3 = 33\cdots 1$ 이므로 소수점 아래 100 번째 숫자는 3 이다.

19. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 모두 더하여라.

$$\frac{1}{6} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{9}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\frac{1}{6} < \left(\frac{a}{9}\right)^2 < \frac{5}{9}$$

$$\frac{27}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{90}{162}$$

따라서 $27 < 2a^2 < 90$,

$\frac{27}{2} < a^2 < 45$ 이므로 $a = 4, 5, 6$ 이다.

따라서 a 의 값을 모두 더하면 $4 + 5 + 6 = 15$ 이다.

20. $0.\dot{a}b, 0.\dot{b}a$ 인 두 수의 합이 $0.\dot{2}$ 이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단, $a > b \geq 0$)

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} &= \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99} \\ &= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a+b=2 \therefore a=2, b=0$$

$$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}8$$

따라서 순환마디는 18이다.

21. 순환소수 $0.\overline{73}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

$0.\overline{73} = \frac{73-7}{90} = \frac{11}{15}$ 이므로 어떤 자연수는 15의 배수이어야 한다.

두 자리의 자연수 중 15의 배수는 15, 30, ..., 90의 6개이다.

22. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수)일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$

23. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 252

▷ 정답: 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

24. 분수 $\frac{a}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이 될 때, 양의 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. (단, $a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

분모가 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 a 는 3의 배수이고, 기약분수로 고쳤을 때 $\frac{3}{b}$ 이므로 a 는 9의 배수가 된다. 따라서 a 의 최댓값은 90, a 의 최솟값은 9가 된다.
 $\therefore 90 - 9 = 81$

25. $0.\dot{3}4 - 0.\dot{1} = \frac{7}{a}$, $3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{25}{b}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① 1.2 ② 1.3 ③ 1.4 ④ 1.5 ⑤ 1.6

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}4 - 0.\dot{1} &= \frac{34 - 3}{90} - \frac{1}{9} = \frac{31}{90} - \frac{10}{90} \\ &= \frac{21}{90} = \frac{7}{30} \quad \therefore a = 30 \end{aligned}$$

$$3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{275}{90} \times \frac{45}{99} = \frac{25}{18} \quad \therefore b = 18$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = 1.\dot{6}$$