1. A, B, C, D 네 사람을 한 줄로 세울 때, A 가 맨 앞에 서게 되는 경우의 수는?

① 4 가지 ② 6 가지 ③ 8 가지
④ 10 가지 ⑤ 12 가지

해설

$3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

2. 갑, 을, 병, 정 네 사람중에서 반장, 부반장을 뽑을 때, 일어날 수 있는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$4 \times 3 = 12$(가지)

3. 여섯 명의 후보 중에서 회장 1 명, 부회장 1 명을 선출하는 경우의 수는?

① 15 가지 ② 20 가지 ③ 25 가지

④ 30 가지 ⑤ 50 가지

해설

$6 \times 5 = 30$ (가지)

4. 함수$y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3,-2)$ 를 지날 때, 상수 a,b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$f(x)=\dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점$(3,-2)$ 를 지나므로 $f(3)=-2$

$\Rightarrow -2=3a+b\cdots①$

또, 이 함수의 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 가 점 $(3,-2)$ 을 지나므로

$f^{-1}(3)=-2\Rightarrow f(-2)=3$

$\Rightarrow 3=\dfrac{-2a+b}{-4}$

$\Rightarrow -2a+b=-12\cdots②$

①, ② 에서 $a=2,b=-8$

$\therefore a+b=-6$

5. 정육면체의 한 점 A 에서 모서리를 따라 갔을 때 가장 멀리 있는 점을 B 라고 하자. A 를 출발하여 모서리를 따라 B 에 도착하는 길 중, 길이가 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라.

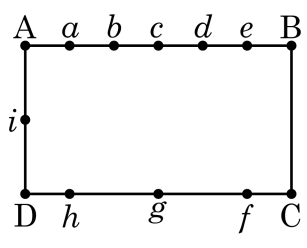
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

점 A 에서 갈림길은 3 가지이고, 그 다음 점에서 점 B 에 이르는 길은 각각 2 가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지)이다.

6. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 변 위에 점 a 부터 i 까지 9 개의 점이 있다. 이 점 중 4 개를 이어서 만든 사각형 중에서 한 변이 $\overline{AB}$ 위에 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 60 가지

해설

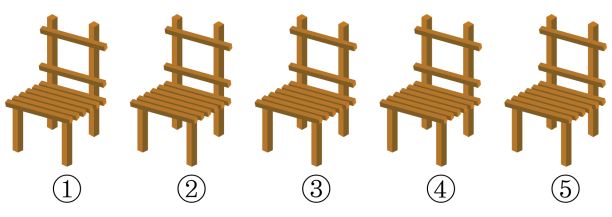
사각형의 한 변이 $\overline{AB}$ 위에 있는 경우의 수는 a, b, c, d, e 의 점 5 개 중에서 2 개를 고르는 경우의 수이므로 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)

(1) 점 i 를 고르는 경우 : 3 개의 꼭짓점이 결정되었으므로 나머지 한 개의 꼭짓점을 고르는 경우의 수는 f, g, h 의 3 가지

(2) 점 i 를 고르지 않는 경우 : 나머지 두 개의 꼭짓점은 $\overline{CD}$ 에 있으므로 3 개의 점에서 2 개를 고르는 경우의 수이다. $\therefore \frac{3\times2}{2\times1}=3$ 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times3+10\times3=60$(가지) 이다.

7. A, B, C, D, E 의 학생을 5 개의 의자에 앉히려고 한다. 이때, A 가 ①번, B 가 ⑤번 의자에 앉는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A 가 ①번, B 가 ⑤번 의자에 고정시켜 놓으면 ②, ③, ④ 세 개의 의자가 남는다. 따라서 세 개의 의자에 C, D, E 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수이다. 따라서 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

8. 부모님과 오빠, 언니, 지애, 동생 6 명의 가족이 나란히 앉아서 가족사진을 찍을 때, 부모님이 양 끝에 서는 경우의 수는?

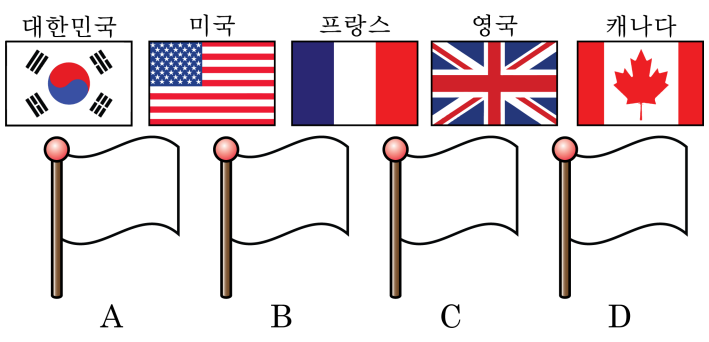
① 4 가지 ② 12 가지 ③ 24 가지

④ 48 가지 ⑤ 60 가지

해설

부모님을 제외한 오빠, 언니, 지애, 동생 4 명을 가운데에 한 줄로 앉히고 부모님끼리 자리를 바꾸는 2 가지경우를 계산한다. 따라서 $(4\times3\times2\times1)\times2=48$ (가지) 이다.

9. 다음 5개의 국기 중 4개를 뽑아 다음 그림과 같은 4개의 게양대에 게양하려고 한다. 이 때, 한국 국기를 A 게양대에 게양하는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답: 가지

▷ 정답: 24 가지

해설

대한민국 국기를 A 게양대에 게양하면 B, C, D 3개의 게양대에 다른 나라 국기를 달아야 한다.
따라서 미국, 프랑스, 영국, 캐나다 국기를 B, C, D 3개의 게양대에 일렬로 세울 때의 경우의 수와 같으므로 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 가지이다.

10. A, B, C, D, E, F, G의 7명을 일렬로 세우는데 C가 맨 앞에 오고 B가 D보다 앞에 오는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 360 가지

해설

C를 맨 앞에 세우고 난 후, 나머지 6명을 일렬로 세우는 경우의 수는 720가지이다.
이 가운데 B가 D보다 앞에 오는 경우와 D가 B보다 앞에 오는 경우는 각각 $\frac{1}{2}$이다.
따라서 360가지이다.

11. 남학생 4명, 여학생 5명의 후보가 있는 가운데 남녀 각각 회장과 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수를 구하면?

① 48 ② 120 ③ 240 ④ 360 ⑤ 720

해설

남학생 중에서 회장을 뽑는 경우 4가지, 부회장을 뽑는 경우 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$(가지)이고, 여학생 중에서 회장을 뽑는 경우 5가지, 부회장을 뽑는 경우 4가지이므로 $5 \times 4 = 20$가지가 된다. 따라서 남녀 각각 회장와 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수는 $12 \times 20 = 240$(가지)이다.

12. 함수 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x)=\dfrac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y=|x+a|+b+c$ 의 최솟값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x)=(f^{-1})^{-1}(x)$

$y=f^{-1}(x)=\dfrac{2x-4}{-x+3}$ 를

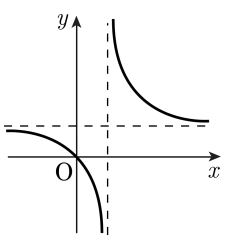
x에 대하여 풀면, $x=\dfrac{3y+4}{y+2}$

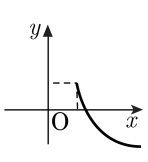
x와 y를 바꾸면, $y=f(x)=\dfrac{3x+4}{x+2}$

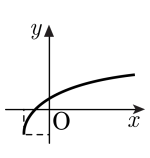
$f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a=3,\ b=4,\ c=2$

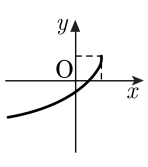
함수 $y=|x+3|+6$은 $x=-3$일 때, 최솟값 6을 갖는다.

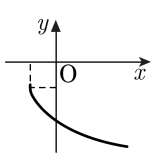
13. 다음 그림은 분수함수 $y = \dfrac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

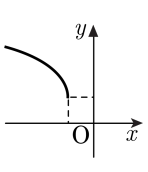


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$y = \dfrac{b}{x+a} + c$ 에서 $a < 0,\ c > 0$

그리고 원점을 지나므로

$\dfrac{b}{a} + c = 0,\ b = -ac > 0$

$\therefore\ y = -\sqrt{bx+c} + a$

꼭짓점 $\left(-\dfrac{c}{b},\ a\right)$, $\left(-\dfrac{c}{b} < 0, a < 0\right)$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

14. 어떤 회의에 참석한 사람들이 다른 모든 사람들과 악수를 한 번씩 하였다. 악수를 한 횟수가 모두 5050 번일 때, 회의에 참석한 사람의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 101 명

해설

사람 수를 n 명이라 하면 한 사람이 악수를 할 수 있는 사람 수는 자신을 제외한 $(n-1)$ 명이다.
그런데 사람 A 와 B 가 악수하는 것과 사람 B 가 A 와 악수하는 것은 마찬가지이므로 사람들끼리 악수하는 총 횟수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 회이다.

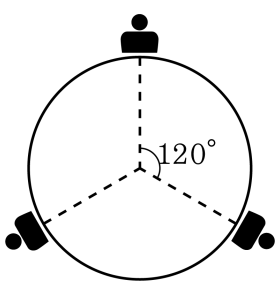
$\frac{n(n-1)}{2} = 5050$

$n(n-1) = 10100 = 101 \times 100$

$\therefore\ n = 101$

따라서 회의에 참석한 사람은 모두 101 명이다.

15. 아이 3 명과 어른 3 명이 둥근 탁자 둘레에 같은 간격으로 앉을 때, 다음 그림과 같이 어른 3 명이 탁자의 중심에 대하여 서로 120° 를 이루며 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.



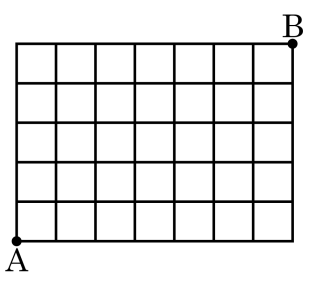
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

어른 A 의 자리를 고정하면 어른 B, C 의 자리가 정해진다. 순서는 시계방향으로 A, B, C 또는 A, C, B 의 두 가지가 가능하다.
나머지 3 자리에 아이 3 명이 앉는 경우의 수는 $3! = 6$ (가지) 이다.
따라서 구하고자 하는 경우의 수는
$2 \times 3! = 12$ (가지)
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

16. 다음 그림과 같이 정사각형 35 개를 붙여 만든 큰 직사각형이 있다. 정사각형의 모서리만 따라서 이동할 수 있을 때, 꼭짓점 A 에서 B 까지 가는 최단 경로의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 792 가지

해설

A 에서 B 까지 →, ↑의 방향으로 각각 7 번, 5 번의 선택이 필요하다.
이는 12 개 중 같은 것이 7 개, 5 개씩 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로
구하는 경우의 수는 $\frac{12!}{7!5!} = 792$ (가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

17. 함수 $y=-\frac{2}{x}+2$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 서로 만나지 않을 때, 정수 k의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$-\frac{2}{x}+2=2x+k$ 에서 $-2+2x=2x^2+kx$

$2x^2+(k-2)x+2=0$이 이차방정식의 판별식을

D라 하면 $D=(k-2)^2-16<0$에서

$k^2-4k-12<0,\ (k+2)(k-6)<0$

$\therefore\ -2<k<6$

따라서 이를 만족하는 정수 k의 값은

$-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$의 7개이다.

18. 원 모양의 호수 둘레에 참나무 3 그루와 은행나무 4 그루를 심는다. 참나무 3 그루 중 2 그루는 항상 이웃하게 심는 방법의 가짓수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

참나무 2 그루를 하나로 보고 나무 6 그루를 둥글게 늘어 놓는 경우의 수는 $(6-1)!$ (가지) 이고, 참나무 3 그루 중 이웃하는 2 그루를 고르는 경우의 수는 3 가지, 참나무 2 그루의 위치를 서로 바꾸는 경우의 수는 2 가지이므로

$(6-1)! \times 3 \times 2 = 720$ (가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

19. 0, 1, 2, 3, ⋯ , 9 의 숫자가 각각 적힌 10 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 그 중에서 3 의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 27 개

해설

3 의 배수가 되려면 각 자릿수의 합이 3 의 배수이여야 한다.
십의 자리가 1 이면 일의 자리 : 2, 5, 8, 십의 자리가 2 이면 일의 자리 : 1, 4, 7, 십의 자리가 3 이면 일의 자리 : 0, 6, 9, ⋯ 십의 자리가 9 이면 일의 자리 : 0, 6, 9
이와 같이 하면 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수는 9 가지이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 수는 3 가지이다. 그러므로 구하는 갯수는 $9 \times 3 = 27$ (개) 이다.

20. 세 개의 주머니에 각각 0과 1, 1과 2, 2와 3의 숫자가 적힌 구슬이 들어있다. 두 개의 주머니를 선택하여 한 주머니에서 구슬을 하나씩 꺼내어 두 자리 정수를 만드는 경우의 수를 구하여라.

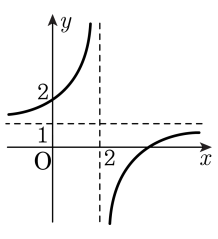
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 18 가지

해설

세 개의 주머니를 각각 A = (0, 1) , B = (1, 2) , C = (2, 3) 라 하자.
A, B 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 11, 12, 21, 10, 20
B, C 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32
C, A 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 31, 20, 30
따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $5 + 7 + 6 = 18$ (가지)이다.

21. 함수 $y = \dfrac{a}{x-p} + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+p+q$의 값은?



① -1 ② 0 ③ 1

④ 2 ⑤ 3

해설

$y = \dfrac{a}{x-2} + 1$ 에서 $f(0) = 2$ 이므로 $2 = \dfrac{a}{-2} + 1$

$\therefore\ a = -2$

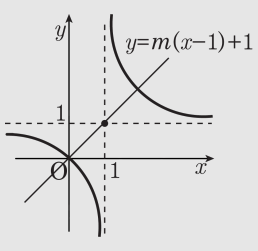
$\therefore\ a+p+q = -2+2+1 = 1$

22. 두 함수 $y = \dfrac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

분수함수 $y = \dfrac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,
점 $(0, 0)$ 을 지난다.
$y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는
다음 그림에서 $m > 0$ 이다.
따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



23. $y = \sqrt{1-(x+1)^2}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

해설

$y = \sqrt{1-(x+1)^2}$ 에서
$1-(x+1)^2 \geq 0,\ x^2+2x \leq 0$
$\therefore -2 \leq x \leq 0$
따라서 주어진 함수의 정의역은
$\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
$y = \sqrt{1-(x+1)^2}$ 의 양변을
제곱하여 정리하면 $(x+1)^2+y^2=1$ 이므로
함수의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$

24. 다음 그림과 같이 생긴 자물쇠가 있다. 이 자물쇠 앞면의 여섯 개의 알파벳 중에서 순서대로 알파벳 네 개를 누르면 열리도록 설계하려고 한다. 자물쇠의 비밀번호로 만들 수 있는 총 경우의 수는?

① 30 ② 42 ③ 120 ④ 360 ⑤ 720

해설

여섯 개의 알파벳 중에 네 개를 선택하여 일렬로 세우는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (가지) 이다.

25. 수진이네 모둠에는 남학생 4 명, 수진이를 포함하여 여학생 4 명이 있다. 이 모둠에서 반장 1 명, 부반장 1 명, 서기 1 명을 뽑을 때, 수진이가 반장이 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설

수진이를 제외한 7 명 중에서 부반장 1 명, 서기 1 명을 뽑는다.
$7 \times 6 = 42$(가지)