

1. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

①  $y = x - 2$

②  $y = x^2$

③  $y = x^3$

④  $y = x^2 - 2x$  (단,  $x \geq 1$ )

⑤  $y = |x - 1|$  (단,  $x \geq 1$ )

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.  
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

2. 함수  $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

- ①  $y = x - 2$       ②  $y = x + 2$       ③  $y = -x - 2$   
④  $y = -x + 2$       ⑤  $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를  $x$ 에 관해서 풀면  
 $x = y + 2$   
 $x$ 와  $y$ 를 바꾸면  $y = x + 2$

3. 함수  $f(x) = 2x - 5$  의 역함수를  $y = f^{-1}(x)$  라 할 때,  $f^{-1}(-3)$  의 값은 얼마인가?

① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$  에서  $x$  와  $y$  를 바꾸면  $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$  를  $y$  에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이|  $f^{-1}(-3) = a$  로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

4. 유리식  $\frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$  를 간단히 하면  $\frac{ax^2+bx+c}{x^4+x^2+1}$  일 때, 상수  $a, b, c$  에 대하여  $abc$  의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2-1+(x-2)(x^2+x+1)}{x^4+x^2+1} \\ & \quad - \frac{(x+2)(x^2-x+1)}{x^4+x^2+1} \\ &= \frac{-x^2-5}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

따라서,  $a = -1, b = 0, c = -5$  이므로  $abc = 0$

5. 분수식  $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$  의 계산 결과는?

①  $\frac{-1}{(x+2)^2}$

②  $\frac{1}{(x+2)^2}$

③  $\frac{2}{(x+2)^2}$

④  $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤  $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

6. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = 4x + a$ 에 대하여  $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수  $a$ 의 값은?

① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x + 1, g(x) = 4x + a \text{ 이므로} \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x + 1) \\ &= 4(3x + 1) + a \\ &= 12x + 4 + a \end{aligned}$$

따라서  $12x + 4 + a = 12x + 7$  에서  $4 + a = 7$   
 $\therefore a = 3$

7. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면 무엇인가?

보기

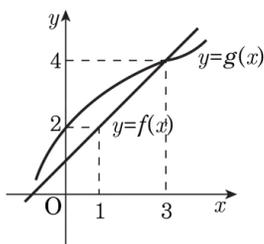
- ㉠ 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  이다.
- ㉡ 함수  $f$  가 일대일대응이면 역함수  $f^{-1}$  가 존재한다.
- ㉢ 함수  $f: X \rightarrow Y$  에 대하여  $f^{-1}$  가 존재하면  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$  이다. (단,  $X \neq Y$ )

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠.  $f \circ g \neq g \circ f$   
㉢.  $f: X \rightarrow Y, f^{-1}: Y \rightarrow X$  이므로,  
 $f \circ f^{-1}: Y \rightarrow Y, f^{-1} \circ f: X \rightarrow X$   
그런데, 조건에서  $X \neq Y$  이다.  
 $\therefore f \circ f^{-1} \neq f^{-1} \circ f$   
따라서, 옳은 것은 ㉡뿐이다.

8. 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 가 각각 일대일 대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 7

**해설**

주어진 식을 간단히 하면  
 $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3) = g^{-1}(f(1)) + 4$   
 $= g^{-1}(2) + 4$   
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 2$   
 문제의 그림에서  $y = g(x)$ 의 그래프가  
 $(0, 2)$ 를 지나므로  $g(0) = 2$   
 이 때,  $y = g(x)$ 는 일대일 대응이므로  $k = 0$   
 $\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$

9. 함수  $f(x) = |x - 2| - 1| + k$  에 대하여  $f(-1) = 5$  를 만족시킬 때,  $f(5)$  의 값을 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f(-1) = 5 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = |-1 - 2| - 1| + k = 2 + k = 5$$

$$\text{따라서 } k = 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(5) = |5 - 2| - 1| + 3 = 5$$

10.  $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서,  $a+b=1$ ,  $a=-1$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$

11. 다음 식을 간단히 하면  $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$  임을 이용하여 부분분수로 변형하여  
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로  $a + b = 15$

12.  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$  을 간단히 하면?

- ①  $\frac{98}{99}$       ②  $\frac{100}{99}$       ③  $\frac{99}{100}$       ④  $\frac{101}{100}$       ⑤  $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

13. 세 함수  $f, g, h$  를 다음과 같이 정의할 때, 다음 중 합성함수가 정의되지 않는 것은?

$$\begin{aligned} f(x) &= x-1 & (1 \leq x \leq 3) \\ g(x) &= (x-1)^2 & (0 \leq x \leq 3) \\ h(x) &= x^3 & (0 \leq x \leq 4) \end{aligned}$$

- ①  $g \circ f$                       ②  $h \circ f$                       ③  $h \circ g$   
 ④  $h \circ g \circ f$                       ⑤  $h \circ f \circ g$

**해설**

일반적으로 함수  $f, g$  에서 ( $f$  의 치역)  $\subset$  ( $g$  의 정의역) 이면 합성함수  $g \circ f$  를 정의할 수 있다.

$f(x)$  의 치역은  $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$ ,

$g(x)$  의 치역은  $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$ ,

$h(x)$  의 치역은  $\{y \mid 0 \leq y \leq 64\}$  이므로

①, ②, ③, ④의 합성함수는 모두 정의된다.

⑤  $g(x)$  의 치역이  $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$  이고

$f(x)$  의 정의역이  $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$  이므로 ( $g$  의 치역)  $\not\subset$  ( $f$  의 정의역)

따라서  $f \circ g$  가 정의되지 않으므로  $h \circ f \circ g$  도 정의되지 않는다.

14. 두 함수  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = -x + k$  에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  가 성립할 때, 상수  $k$  의 값은?

- ① -5    ② -6    ③ -7    ④ -8    ⑤ -9

해설

$$f \circ g = g \circ f \text{에서 } -2x + 2k + 3 = -2x - 3 + k$$

$$\therefore k = -6$$

15. 함수  $f(x)$ 가  $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$  를 만족할 때,  $f(x)$ 를  $x$  의 식으로 나타내고 이를 이용하여  $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{ 로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{ 에서}$$

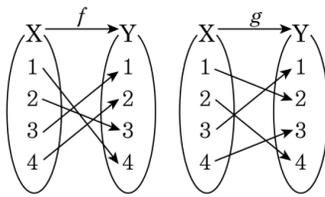
$$f(x) = 5x + 1$$

$$\therefore f(f(x)) = f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1$$

$$= 25x + 6$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

16. 두 함수  $f, g$  가 아래 그림과 같이 정의될 때,  $g = h \cdot f$  를 만족시키는 함수  $h$  에 대하여  $h(2)$  의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$g = h \cdot f$  이고 함수  $f$  는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$\begin{aligned} \therefore g \cdot f^{-1} &= (h \cdot f) \cdot f^{-1} = h \cdot (f \cdot f^{-1}) \\ &= h \cdot I = h \end{aligned}$$

$$\therefore h(2) = (g \cdot f^{-1})(2)$$

$$= g(f^{-1}(2))$$

$$= g(4) (\because f^{-1}(2) = 4)$$

$$\therefore g(4) = 3$$

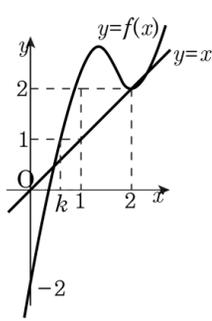
17. 함수  $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여  $f^{10}(x) = ax + b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값은?  
 (단,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^n = f^{n-1} \circ f$ 이다.)

- ①  $2^{10} - 1$                       ②  $2^{10}$                       ③  $2^{11} - 1$   
 ④  $2^{11}$                               ⑤  $2^{12} - 1$

**해설**

$$\begin{aligned}
 f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x - 1) \\
 &= 2(2x - 1) - 1 = 4x - 3 \\
 f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(2x - 1) \\
 &= 4(2x - 1) - 3 = 8x - 7 \\
 f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(2x - 1) \\
 &= 8(2x - 1) - 7 = 16x - 15 \\
 &\vdots \\
 f^{n-1} &= 2^{n-1} \cdot x - (2^{n-1} - 1) \text{로 놓으면} \\
 f^n(x) &= (f^{n-1} \circ f)(x) = f^{n-1}(f(x)) \\
 &= f^{n-1}(2x - 1) = 2^{n-1}(2x - 1) - (2^{n-1} - 1) \\
 &= 2^n x - (2^n - 1) \\
 n = 10 \text{을 대입하면 } f^{10}(x) &= 2^{10}x - (2^{10} - 1) \text{이므로} \\
 \therefore a = 2^{10}, b = -2^{10} + 1 \text{이다.} \\
 \therefore a - b = 2^{10} + 2^{10} - 1 = 2^{11} - 1
 \end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 함수  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$  에서  $f(k) = 1$  일 때,  $f^{10}(k)$  의 값은? (단,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f^2 \circ f$ ,  $f^n = f^{n-1} \circ f$ )



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 5      ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}
 f(k) &= 1 \\
 f^2(k) &= f(f(k)) = f(1) = 2 \\
 f^3(k) &= f^2 \circ f(k) = f^2(f(k)) = f^2(1) \\
 &= f(f(1)) = f(2) = 2 \\
 &\vdots \\
 f^{10}(k) &= 2
 \end{aligned}$$

19. 함수  $f(x) = x^2 - x - 2$ ,  $g(x) = x^2 + ax + 3$  일 때, 모든 실수에 대하여  $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수  $a$ 의 범위는? (단,  $f \circ g$ 는  $g$ 와  $f$ 의 합성함수이다.)

- ①  $a \leq -3, a \geq 2$       ②  $-1 \leq a \leq 1$       ③  $a \leq -2, a > 3$   
④  $-2 \leq a \leq 2$       ⑤  $-1 \leq a \leq 3$

해설

$g(x) = t$ 라 두면,  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(t) = t^2 - t - 2 \geq 0$ 에서  
 $t \leq -1, t \geq 2$ 에서  
(i)  $t \leq -1$   
 $x^2 + ax + 3 \leq -1$   
 $x^2 + ax + 4 \leq 0$  (부적절)  
(ii)  $t \geq 2$   
 $x^2 + ax + 3 \geq 2$   
 $x^2 + ax + 1 \geq 0$ 에서  
 $D = a^2 - 4 \leq 0$   
 $\therefore -2 \leq a \leq 2$

20.  $f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0) \\ x^2 & (x > 0) \end{cases}$ ,  $g(x) = f(x+4)$  로 정의한다.  $h(x) = g^{-1}(x)$

라 할 때,  $h(0)$  의 값은 ?

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} h(0) &= g^{-1}(0) = k \\ g(k) &= f(k+4) = 0 \\ \therefore k+4 &= 0 \\ \therefore k &= -4 \\ \therefore h(0) &= -4 \end{aligned}$$

21. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  에 대하여  $g(f^{-1}(-3))$  의 값을 구하여라. (단,  $f^{-1}$  는  $f$  의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$ 라 놓으면  
 $f(k) = -3$ 이므로  $k = -1$ 이다.  
그러므로  $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

22. 두 함수  $f(x) = 2x - 5$ ,  $g(x) = -6x + 2$  에 대하여  $(k \circ f)(x) = g(x)$  를 만족하는 함수  $k(x)$  를 구하면?

①  $-3x + 17$

②  $-3x - 13$

③  $-3x + 13$

④  $-3x$

⑤  $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

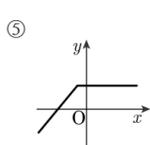
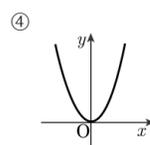
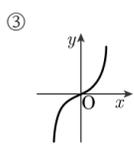
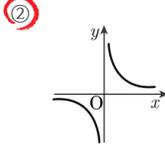
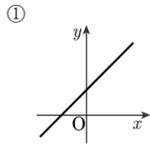
$$\frac{y+5}{2} = x, x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2}\right) + 2 = -3x - 13$$

23. 다음 중 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족하는 함수  $f(x)$ 의 그래프의 개형으로 적당한 것은?



**해설**

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = x$ 이므로  
 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.  
 그런데  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로  
 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족하려면  
 함수  $f(x)$ 는 일대일 대응이고  
 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이어야 한다.

24.  $\frac{2^1 + 2^0 + 2^{-1}}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}}$  를 풀면?

- ① 6      ② 8      ③  $\frac{31}{2}$       ④ 24      ⑤ 512

해설

분자, 분모에  $2^3$ 을 곱하면

$$\frac{2^3(2^1 + 2^0 + 2^{-1})}{2^3(2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4})} = \frac{2^3(2^1 + 2^0 + 2^{-1})}{2^1 + 2^0 + 2^{-1}} = 2^3 = 8$$

해설

$$\frac{2 + 1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{7}{16}} = 8$$

25.  $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} + \frac{x+5}{x+4}$  를 간단히 하면?

- ①  $\frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$   
 ②  $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$   
 ③  $\frac{2x}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$   
 ④  $\frac{2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$   
 ⑤  $\frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} \\
 &= \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{(2x+5)(x^2+5x+6-x^2-5x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}
 \end{aligned}$$