1. $\frac{3a}{54}$ 를 소수로 고치면 유한소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{3a}{54} = \frac{3 \times a}{2 \times 3^3} = \frac{a}{2 \times 3^2}$

따라서 $a = 9$

2. 분수 $\frac{x}{84}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{y}$ 이 된다고 한다. 이때, $x+y$ 값을 구하여라. (단, $y \neq 1$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

▷ 정답 : 128

해설

$\frac{x}{84} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{y} \Rightarrow x$ 는 $3 \times 7 \times 3$ 의 배수

$x = 63$ 일 때 $y = 4$, $x = 126$ 일 때, $y = 2$ 이다.

$\therefore\ 63 + 4 = 67,\ 126 + 2 = 128$

3. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16,\ 2^5 = 32, \cdots$ 이므로
2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$
$3,\ 3^2 = 9,\ 3^3 = 27,\ 3^4 = 81,\ 3^5 = 243, \cdots$ 이므로
3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$
$\therefore\ 2 \times 9 = 18$

4. 두 순서쌍 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$ 에 대하여 $(x_1,\ y_1)\times(x_2,\ y_2)=x_1x_2+x_1y_2+y_1x_2+y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x,\ y)\times(-y,\ 3x)$를 간단히 하면?

① $-6x^2+2xy-y^2$
② $-6x^2+xy+3y^2$
③ $2x^2-xy-y^2$
④ $6x^2+xy-y^2$
⑤ $6x^2-xy+3y^2$

해설

$2x\times(-y)+2x\times3x+y\times(-y)+y\times3x$
$=-2xy+6x^2-y^2+3xy$
$=6x^2+xy-y^2$

5. $(x+y)^2-(x-y)^2=8$, $(1-x)(1-y)=5$ 일 때, $\dfrac{x^2+y^2}{x+y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy=8 \qquad \therefore\ xy=2$

$(1-x)(1-y)=1-(x+y)+xy=5 \qquad \therefore\ x+y=-2$

$\therefore\ \dfrac{x^2+y^2}{x+y}=\dfrac{(-2)^2-2\times 2}{-2}=0$

6. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$P = \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)}$$
$$= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

7. $a+b+c=0$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{b+a}{c}$$

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$b+c=-a,$
$c+a=-b,$
$a+b=-c$
$\therefore \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{b+a}{c}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}=-3$

8. 다음 보기의 순서쌍 중에서 일차방정식 $3x-2y-7=0$ 의 해를 모두 고르면?

보기

㉠ $(3,\ 1)$
㉡ $\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{9}{2}\right)$
㉢ $\left(1,\ \frac{5}{3}\right)$
㉣ $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{11}{4}\right)$
㉤ $\left(\frac{9}{2},\ \frac{5}{2}\right)$
㉥ $(5,\ 4)$

① ㉠, ㉡, ㉢
② ㉢, ㉣, ㉥
③ ㉠, ㉢, ㉥
④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥
⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

각각의 값을 $3x-2y-7=0$ 에 대입해 보면 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥을 만족한다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} px - qy = 3 \\ px + qy = 2 \end{cases}$ 의 해가 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

① 0　　② $\frac{1}{2}$　　③ 1　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 2

해설

각각의 식에 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$$\begin{cases} \frac{5}{2}p + \frac{1}{2}q = 3 \cdots ㉠ \\ \frac{5}{2}p - \frac{1}{2}q = 2 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ $= \frac{10}{2}p = 5$

$5p = 5, \quad p = 1$

$p = 1$을 ㉠에 대입하면

$\frac{5}{2} + \frac{1}{2}q = 3, \ q = 1$

$\therefore \ p + q = 1 + 1 = 2$

10. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=2$, $y=1$ 을 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=2$

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx+ay=-13 \\ ax+by=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+2b=-13 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$$

$\therefore\ a=3,\ b=-8$

따라서

$$\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-8y=-13 \\ -8x+3y=-2 \end{cases}$$

하면, $x=1$, $y=2$ 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-ay=b \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a, b 값의 조건으로 알맞은 것은?

① $a=6,\ b=2$ ② $a=6,\ b\neq 2$ ③ $a=3,\ b=1$
④ $a=6,\ b=-2$ ⑤ $a=-6,\ b\neq 2$

해설

$\frac{2}{4}=\frac{-3}{-a}\neq\frac{1}{b}$ $\therefore a=6,\ b\neq 2$

12. 갑, 을 두 사람이 과일가게에서 자두와 수박을 샀다. 갑은 자두 4 개, 수박 1 개를 10000 원에 샀고, 을은 자두 2 개와 수박 2 개를 17000 원에 샀다. 자두 1 개의 값을 x 원, 수박 1 개의 값을 y 원이라고 할 때, $y-x$ 의 값은?

① 5500 ② 6000 ③ 6500 ④ 7000 ⑤ 7500

해설

자두 한 개의 가격을 x 원, 수박 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 4x+y=10000 & \cdots(1) \\ 2x+2y=17000 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(1)\times 2-(2)$ 하면 $6x=3000$

$x=500$

이를 (1) 에 대입하면 $2000+y=10000$

$y=8000$

$\therefore\ y-x=8000-500=7500$(원)

13. 일차부등식 $3x-\left(\frac{3x-3}{2}\right) \le 3$ 을 만족시키는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3x-\left(\frac{3x-3}{2}\right) \le 3$

$6x-(3x-3) \le 6$

$3x \le 3$

따라서 $x \le 1$ 이므로

만족하는 가장 큰 정수는 1 이다.

14. $\frac{1}{4} < 0.\dot{x} < \frac{5}{6}$ 를 만족하는 자연수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$0.\dot{x} = \frac{x}{9}$ 이므로

$\frac{1}{4} < \frac{x}{9} < \frac{5}{6}$ 에서 분모를 통분하면

$\frac{9}{36} < \frac{4x}{36} < \frac{30}{36}$

$\therefore 9 < 4x < 30$

$\therefore \frac{9}{4} < x < \frac{30}{4}$

만족하는 자연수 x 는 3 , 4 , 5 , 6 , 7 의 5개이다.

15. 일차부등식 $ax < 6 - x$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ -3　　⑤ -2

해설

$ax < 6 - x$, $ax + x < 6$

$(a+1)x < 6$의 해가 $x > -3$ 이므로

$a + 1$ 은 음수이다.

$(a+1)x < 6,\ x > \dfrac{6}{a+1}$

$\dfrac{6}{a+1} = -3$

$\therefore\ a = -3$

16. 화승이와 수진이는 각각 통장에서 매월 15 일에 10000 원, 12000 원을 출금하고 매월 30 일에 25000 원, 20000 원을 예금한다. 현재 화승이와 수진이의 통장잔고가 각각 70000 , 100000 원일 때 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개월

▷ 정답 : 5 개월

해설

개월수를 x 라 할 때 화승이는 10000 원 출금하고 25000 원 예금한다.
x 개월 후의 예금액

$$= 70000 + (-10000 + 25000)x$$

$$= 70000 + 15000x$$

수진이는12000 원 출금하고 20000 원 예금한다 :
x 개월 후의 예금액

$$= 100000 + (-12000 + 20000)x$$

$$= 100000 + 8000x$$

$70000 + 15000x > 100000 + 8000x$
$x > \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$ 이므로 화승이의 예금액이 수진이의 예금액보다 많아지는 것은 5 개월 후부터이다.

17. 두 지점 A, B 사이를 왕복하는데 갈 때에는 시속 5 km, 올 때에는 시속 4 km로 걸어서 3시간 이내에 왕복하려고 할 때, A, B 사이의 거리의 범위는?

① $\frac{20}{9}$ km 이내 ② 2.5 km 이내 ③ $\frac{10}{3}$ km 이내
④ 6.5 km 이내 ⑤ $\frac{20}{3}$ km 이내

해설

A, B 사이의 거리를 x라 하면
$\frac{x}{5}+\frac{x}{4}\le 3$에서
$4x+5x\le 60$
$\therefore\ x\le\frac{20}{3}$ (km)

18. 일차함수 $y = -4x + b$에서 x값이 6일 때, y값이 -4라고 한다. 이때, 이 함수식을 y축 방향으로 -10만큼 평행이동 시킨 함수식을 $y = tx + s$이라고 하면, $t + s$의 값은?

① -4　　② -6　　③ 4　　④ 6　　⑤ 10

해설

$f(x) = -4x+b$가 x값이 6일 때, y값이 -4이므로 $-4 = -4\times6+b$, $b = 20$이다.
따라서 주어진 함수는 $y = -4x + 20$이고 이것을 y축 방향으로 -10만큼 평행이동 시킨 함수식은 $y = -4x + 10$이다.
$\therefore\ t = -4,\ s = 10$, $t + s = -4 + 10 = 6$

19. 일차함수 $y = 2x$의 그래프를 y축 방향으로 -3만큼 평행 이동하면 점 $(-2,\ p)$를 지난다. 이때, p의 값은?

① -7　② -6　③ -5　④ -4　⑤ -3

해설

일차 함수 $y = 2x$의 그래프를 y축 방향으로 -3만큼 평행 이동한 함수는 $y = 2x - 3$이고 이 점이 $(-2,\ p)$를 지나므로 $p = 2 \times (-2) - 3$이다.
따라서 $p = -7$이다.

20. 일차함수 $ax+y+b=0$ 의 그래프의 x 절편이 2이고, y 절편이 -4일 때, $a+b$ 의 값은?

① -6　　② -2　　③ 2　　④ 6　　⑤ 8

해설

$ax+y+b=0, \quad y=-ax-b$

y 절편이 -4이므로 $-b=-4$, $b=4$

$y=-ax-4$ 에 $(2,0)$ 대입

$0=-2a-4, \quad a=-2$

$a+b=-2+4=2$

21. 좌표평면 위에 있는 세 점 A(3, 2), B(−2, −3), C(2, a) 가 같은 직선 위에 있을 때, a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

세 점 A, B, C가 같은 직선 위에 있으려면
$\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같아야 한다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{(-3)-2}{(-2)-3} = \frac{-5}{-5} = 1$ 이고,

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a-(-3)}{2-(-2)} = \frac{a+3}{4} = 1$ 이다.

$\therefore\ a = 1$

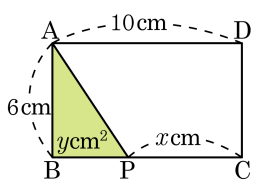
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 2x - 3$ 의 그래프와 평행하고, $y = \frac{2}{3}x + 1$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -3 ② -2 ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = 2x - 3$ 와 평행하므로 기울기는 2 이고,
$y = \frac{2}{3}x + 1$ 와 y 축 위에서 만나므로 y 절편은 1 이다.
따라서 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $a \times b = 2 \times 1 = 2$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD에서 점 P가 $\overline{BC}$ 위를 움직이고, $\overline{PC} = x\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라 한다. $\triangle ABP$ 의 넓이가 12cm^2 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 2cm ② 4cm ③ 6cm ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

$y = 3(10 - x) = 30 - 3x(0 \le x \le 10)$ 이므로
$12 = 30 - 3x, \quad x = 6$

24. 직선 $x - my + n = 0$ 이 제 3 사분면을 지나지 않을 때, 일차함수 $y = mx - n$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나지 않는지 구하여라. (단, $mn \neq 0$)

▶ 답 : _____ 사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

$x - my + n = 0$ 을 y에 관하여 풀면 $my = x + n$, $y = \frac{1}{m}x + \frac{n}{m}$ 이다. 제 3 사분면을 지나지 않으면 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이어야 하므로 $\frac{1}{m} < 0$, $m < 0$ 이고 $\frac{n}{m} > 0$, $m < 0$ 이므로 $n < 0$ 이다. 따라서 $y = mx - n$ 의 그래프는 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이므로 제 3 사분면을 지나지 않는다.

25. 두 직선의 방정식 $ax+y=3$, $3x-by=6$의 교점의 좌표가 $(-1,\ 3)$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$\begin{cases} -a+3=3 \\ -3-3b=6 \end{cases}$ 을 풀면

$a=0,\ b=-3$

$\therefore a+b=0-3=-3$