

1. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 학생에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 다음 $\square$ 안에 들어갈 수를 모두 더한 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} 3x - \{y - (7y - 6x)\} &= 3x - (y - 7y + 6x) \\ &= 3x - (6x - \square y) \\ &= 3x - 6x + \square y \\ &= \square x + \square y \end{aligned}$$

서준 : 10, 성진 : 12, 유진 : 15, 명수 : 20, 행돈 : 23

▶ 답 :

▷ 정답 : 유진

해설

$$\begin{aligned} 3x - \{y - (7y - 6x)\} &= 3x - (y - 7y + 6x) \\ &= 3x - (6x - 6y) \\ &= 3x - 6x + 6y \\ &= -3x + 6y \end{aligned}$$

□ 안에 들어갈 수를 순서대로 나열하면 6, 6, -3, 6 이다.

이 수들을 더하면 $6 + 6 + (-3) + 6 = 15$ 이다.

2. $(5x - 2y)^2$ 을 전개하면 $ax^2 + bxy + cy^2$ 이다. 이때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 5

④ 9

⑤ 13

해설

$$(5x)^2 - 2 \times 5x \times 2y + (-2y)^2 = 25x^2 - 20xy + 4y^2 \text{ 이므로 } a + b + c = 25 + (-20) + 4 = 9$$

3. 다음 비례식을 x 에 관하여 풀어라.

5 : x = 6 : ($2x - y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1.25y$

해설

5 : x = 6 : ($2x - y$),
6 x = 5($2x - y$)6 x ,
6 x = 10 $x - 5y$,
4 x = 5 y
∴ $x = \frac{5}{4}y$

4. 다음 중에서 (2,1) 을 해로 갖는 일차방정식을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $2x - y = 3$ ② $-2x + y = 5$ ③ $x + 2y = 5$

④ $-7x + 9y = 2$ ⑤ $3x - 5y = 1$

해설

$x = 2, y = 1$ 을 각 식에 대입한다.

5. $(x-3)(x+3)(x^2+\square)=x^4-81$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① -3

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 18

해설

$$(x^2-9)(x^2+9)=x^4-81$$

6. $\left(2x - \frac{1}{3}\right)\left(4x + \frac{1}{2}\right)$ 을 전개하였을 때, x 의 계수는?

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 2 ⑤ 8

해설

x 의 계수는 $2 \times \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) \times 4 = -\frac{1}{3}$ 이다.

7. $x - 2y = 2x + 3y - 1$ 일 때, 다음을 y 에 관한 식으로 나타낸 것은?

$3x + 5y - 2$

- ① $-10y$ ② $10y$ ③ $10y + 1$
④ $10y - 1$ ⑤ $-10y + 1$

해설

$$\begin{aligned} x - 2y &= 2x + 3y - 1 \text{ 을 } x \text{ 로 정리하여} \\ x &= -5y + 1 \text{ 을 주어진 식에 대입하면} \\ 3(-5y + 1) + 5y - 2 \\ &= -15y + 5y + 3 - 2 \\ &= -10y + 1 \end{aligned}$$

8. x, y 에 관한 일차방정식 $ax + y = 15$ 와 $ax - by = b$ 의 그래프 교점의 좌표가 $(3, 3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

연립방정식 $\begin{cases} ax + y = 15 \\ ax - by = b \end{cases}$ 의 해가 $(3, 3)$ 이므로,

각 방정식에 $x = 3, y = 3$ 를 대입하면 $\begin{cases} 3a + 3 = 15 \\ 3a - 3b = b \end{cases}$ 이다.

$a = 4, b = 3$ 이므로, $a + b = 7$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x + 4y = 0.3 \\ 1.6x + 0.7y = -2.1 \end{cases}$ 를 풀기 위하여 계수를 정수로
 옮겨 고친 것은?

- ① $\begin{cases} 2x + 8y = 13 \\ 16x + 17y = -21 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 2x + 40y = 3 \\ 16x + 7y = -21 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} 3x + 24y = 12 \\ 16x + 7y = -21 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} 2x + 14y = 6 \\ 1.6x + 17y = -21 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 16x + 8y = -21 \end{cases}$

해설

$$\begin{cases} 0.2x + 4y = 0.3 & \dots \textcircled{1} \\ 1.6x + 0.7y = -2.1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① 식에 $\times 10$, ② 식에 $\times 10$ 을 하면 각각 $2x + 40y = 3$, $16x + 7y = -21$ 이 된다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 하면 $4x + 6y = 8$ 이고 해가 없으려면 이 식에서 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 하는데 $a = 8$ 인 경우 k 값이 0 이 되므로 $a \neq 8$ 이다.

11. 닭과 토끼가 모두 140 마리 있다. 닭과 토끼의 다리가 모두 384 개일 때 닭은 몇 마리인지 구하여라.

▶ 답 : 마리

▷ 정답 : 88마리

해설

닭을 x 마리, 토끼를 y 마리라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 2x + 4y = 384 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 88$, $y = 52$ 이다.

12. $a = -\frac{1}{2}, b = 9$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{ab^2}{3}\right)^3 \div \frac{b^3}{2a^2} \times \left(\frac{3}{a^2b}\right)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(-\frac{a^3b^6}{27}\right) \times \frac{2a^2}{b^3} \times \frac{9}{a^4b^2} = -\frac{2}{3}ab \\ a = -\frac{1}{2}, b = 9 \text{ 대입} &: \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 9 = 3\end{aligned}$$

13. x, y 에 관한 일차방정식 $ax - 2y - 4 = 0$ 의 한 해가 $(-2, 1)$ 이다.
 $y = \frac{3}{4}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{6}$

해설

$(-2, 1)$ 을 $ax - 2y - 4 = 0$ 에 대입하면,
 $-2a - 2 - 4 = 0 \quad \therefore a = -3$
 $-3x - 2y - 4 = 0$ 에 $y = \frac{3}{4}$ 을 대입하면,
 $x = -\frac{11}{6}$

14. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = a \\ -x + 3y + 10 = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 y 값이 x 값의 2배라고 할때 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -8$

해설

y 값이 x 값의 2배인 $y = 2x$ 식을 $-x + 3y + 10 = 0$ 대입하면
 $\therefore x = -2$
 $x = -2, y = -4$ 을 $2x + y = a$ 에 대입하면 $a = -8$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+ay=9 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{-2}{a} = \frac{3}{9} \text{ 이므로 } a = -6$$

16. 둘레의 길이가 32cm 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이를 3cm 늘리고, 세로의 길이를 2 배가 되도록 늘렸더니 둘레의 길이가 58cm 가 되었다. 처음 직사각형의 넓이는?

- ① 20cm² ② 40cm² ③ 60cm²
④ 80cm² ⑤ 100cm²

해설

처음 직사각형의 가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라고 하면

$$\begin{cases} 2(x+y) = 32 \\ 2(x+3) + 2 \times 2y = 58 \end{cases}$$

괄호를 풀어 정리하면
$$\begin{cases} 2x + 2y = 32 & \cdots (1) \\ 2x + 4y = 52 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(2) - (1)$ 하면 $2y = 20$

$y = 10 \cdots (3)$

(3) 을 (1) 에 대입하여 풀면 $x = 6$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $xy = 6 \times 10 = 60(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{2}{y-1} = 14 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

▷ 정답 : $y = \frac{5}{4}$

해설

$$\frac{1}{x-1} = A, \frac{1}{y-1} = B$$

$$3A + 2B = 14$$

$$A + B = 6$$

$$\therefore A = 2, B = 4$$

$$\frac{1}{x-1} = 2 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{y-1} = 4 \rightarrow y = \frac{5}{4}$$

18. 다음 중 연립방정식 $\frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 = x+y$ 를 만족하는 정수 x, y 와 해가 같은 일차방정식은?

- ① $x+y=-3$
- ② $2x+y=-5$
- ③ $x-3y=2$
- ④ $2x-3y=3$
- ⑤ $3x+y=8$

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{2x+y-1}{3} = x+y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
에서 계수를 정수로 만들어 주기 위해

$$30 \times \textcircled{㉠}, 3 \times \textcircled{㉡} \text{ 하면 } \begin{cases} 20x + 10y - 10 = 15x + 15y - 30 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + y - 1 = 3x + 3y & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

이고 x 를 소거하기 위해

$\textcircled{㉢} + 5 \times \textcircled{㉣}$ 하면 $y = 1$ 이고 이를 대입하면 $x = -3$ 이다.

위에서 구한 해를 $2x+y=-5$ 에 대입하면 $2 \times (-3) + 1 = -5$ 이므로 등식이 성립한다.

19. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=\frac{3}{2} \\ -x+4y=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -\frac{1}{4}, b = 1$

② $a = -1, b = -\frac{1}{4}$

③ $a = 2, b = \frac{1}{6}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{6}$

⑤ $a = -2, b = -\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{6}, \frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{1}{4} \\ \therefore b = 1 \\ \frac{a}{-1} = \frac{1}{4}, a = -\frac{1}{4} \\ \therefore a = -\frac{1}{4}, b = 1 \end{aligned}$$

20. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A , B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

- ① $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{635}{3}$ m/분
② $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분
③ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
④ $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
⑤ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분

해설

A 의 속력을 x m/분, B 의 속력을 y m/분라 하면
서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A , B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.

따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.

같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.

따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면

$$\therefore y = \frac{625}{3}, \quad x = \frac{875}{3}$$

$$\therefore A : \frac{875}{3} \text{ m/분}, \quad B : \frac{625}{3} \text{ m/분}$$