

1. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

2. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| ㉠ $45 = 3^2 \times 5$ | ㉡ $28 = 2^2 \times 7$ |
| ㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$ | ㉣ $512 = 2^9$ |
| ㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$ | ㉥ $96 = 2^5 \times 3$ |

- ① ㉠,㉡,㉢,㉣ ② ㉡,㉢,㉤,㉥ ③ ㉠,㉡,㉣,㉥
④ ㉡,㉣,㉤,㉥ ⑤ ㉠,㉢,㉣,㉥

해설

- ㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

3. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

4. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

5. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

6. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 2, 6 ② 3, 11 ③ 8, 10 ④ 12, 15 ⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

7. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

8. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

9. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 6개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)

10. 다음 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ \square \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 10} \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ 2 \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ 2 \overline{) \quad 4 \quad 10} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

11. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$
따라서 $x = 2$ 이다.

12. 가로 길이가 16 cm , 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

13. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

14. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
㉣. 392 는 4 의 배수이다.

15. 다음 중 옳은 것은?

- ① $2^3 = 6$
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$
- ③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$
- ④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$
- ⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

- ① $2^3 = 8$
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$
- ④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$
- ⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

16. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$
- ② $14 = 3 + 11$
- ③ $16 = 5 + 11$
- ④ $18 = 7 + 11$
- ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

17. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

18. 72에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

19. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

21. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16

② 18

③ 24

④ 32

⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

22. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a + b - c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.
따라서 $a + b - c = 4$ 이다.

23. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A , B , C , D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 18 ② 36 ③ 72 ④ 90 ⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A , B , C , D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 72 의 배수이다.

24. 어느 출판사에서 소설책과 시집을 각각 6 일, 14 일마다 출판한다고 한다. 소설책과 시집을 같은 날에 동시에 출판하였다면, 그 이후에 처음으로 동시에 출판하는 날은 몇 일 후인가?

① 20 일 후

② 24 일 후

③ 30 일 후

④ 37 일 후

⑤ 42 일 후

해설

6 과 14 의 최소공배수는 42 이므로 42 일마다 동시에 출판한다.

25. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 90 이다.

26. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

27. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

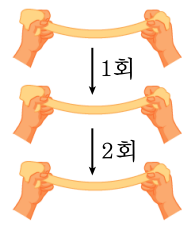
28. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a - b &= 78 - 7 = 71 \end{aligned}$$

29. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
- ④ 7 회 ⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

30. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

31. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

32. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

33. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

34. 1000 이하의 자연수 중 $2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.
 $\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$
따라서 13개이다.

- 35.** 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8개

해설

2, 3, 4 로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3 이 되는 수는
(2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로
(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1 부터 100 까지의 자
연수 중에서 구하면 $12-1=11$, $24-1=23$, $\dots$, $12 \times 8 - 1 = 95$
까지 8개이다.

36. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
 A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야
하므로
 A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24이다.

37. 일곱 자리 자연수 $40ab644$ 는 7 의 배수이고, $10a + b$ 는 소수이다. 이러한 일곱 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4011644

▷ 정답 : 4053644

▷ 정답 : 4067644

해설

7 의 배수는 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺄 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,
 $4 - ab + 644 = 7k$
 $\rightarrow 648 - ab = 7k$ 이므로

$ab = 04, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67,$
 $74, 81, 88, 95$ 이다.

$10a + b$ 가 소수인 수는 11, 53, 67 이므로,
만족하는 일곱 자리 자연수는 4011644, 4053644, 4067644 이다.

38. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

39. 자연수 n 의 약수의 개수를 $<n>$ 이라 할 때, $<a>\times<420>=192$ 를 만족하는 가장 작은 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $<420> = (2+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$
 $<a>\times 24 = 192$, $<a> = 8$
 $8 = 2 \times 2 \times 2$ 일 때, $a = 2 \times 3 \times 5 = 30$
 $8 = 4 \times 2$ 일 때, $a = 2^3 \times 3 = 24$
 $\therefore$ 가장 작은 a 의 값은 24 이다.

40. 한 업체에서 배 392 개, 바나나 588 개, 사과 980 개, 귤 1372 개를 똑같이 나누어서 만든 선물세트를 되도록 많은 고객들에게 나누어 주고자 한다. 상품세트의 개수를 x 라고 각 선물세트에 들어있는 과일들의 개수를 차례대로 a, b, c, d 라 할 때, $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

선물세트의 개수는 392, 588, 980, 1372 의 최대공약수이므로 196
배의 개수 : $392 \div 196 = 2$
바나나의 개수 : $588 \div 196 = 3$
사과의 개수 : $980 \div 196 = 5$
귤의 개수 : $1372 \div 196 = 7$
따라서 $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값은
 $(a \times b \times c \times d) - x = (2 \times 3 \times 5 \times 7) - 196 = 210 - 196 = 14$