1. 다항식 $8x^3 - 1$을 $4x^2 + 2x + 1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$
$\therefore Q(x) = 2x - 1$
$\therefore$ 상수항은 -1

2. $x^4+2x^3-2x^2+2x-3$을 바르게 인수분해 한 것을 찾으면?

① $(x^2+1)(x+3)(x+1)$ ② $(x^2+1)(x+3)(x-1)$

③ $(x^2+1)(x-3)(x-1)$ ④ $(x^2-3)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+3)(x-1)(x+1)$

해설

$x^4+2x^3-2x^2+2x-3$

$=(x^4-2x^2-3)+2x^3+2x$

$=(x^2-3)(x^2+1)+2x(x^2+1)$

$=(x^2+1)(x^2+2x-3)$

$=(x^2+1)(x+3)(x-1)$

3. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$　② $a^2-b^2+c^2-2bc$　③ $a^2-b^2-c^2+2bc$　④ $a^2+b^2-c^2-2bc$　⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$
$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

4. $(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+2)$일 때, 상수 $a,\ b,\ c$의 합 $a+b+c$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

x^2-x를 X로 치환하면
$(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$
$=(X+1)(X-3)-5$
$=X^2-2X-3-5$
$=X^2-2X-8$
$=(X-4)(X+2)$
$=(x^2-x-4)(x^2-x+2)$
따라서, $a=-1,\ b=-4,\ c=-1$이므로
$a+b+c=-1-4-1=-6$

5. x^4-6x^2+1 을 인수분해 하였더니 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^4-6x^2+1=(x^4-2x^2+1)-4x^2$
$=(x^2-1)^2-(2x)^2$
$=(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$
$=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$
$\therefore\ a+b+c+d=-2$

6. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr|r} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

7. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $b = c$ 인 이등변 삼각형

② $a = c$ 인 이등변삼각형

③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형

④ 정삼각형

⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

(준식) $= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b)$

$= (a+b)\left(a^2 + b^2 - c^2\right) = 0$

$a^2 + b^2 = c^2 \ (\because \ a + b \neq 0)$

$\therefore c$ 가 빗변의 길이인 직각삼각형

8. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답: ＿＿＿＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 49 개

해설

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a+1)^3$

$\therefore\ N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$

$= (35+1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$

$\therefore$ 약수의 개수 $= (6+1) \times (6+1) = 49$

9. $\dfrac{2012^3+1}{2012\times2011+1}$ 의 값을 a라 할 때, $\dfrac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1007}{1006}$

해설

$a=\dfrac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)}$

$=2013$ 이므로

$\therefore \dfrac{a+1}{a-1}=\dfrac{2013+1}{2013-1}=\dfrac{2014}{2012}=\dfrac{1007}{1006}$

10. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$
$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$ 이므로
$5=1-2(ab+bc+ca)$
$\therefore\ ab+bc+ca=-2$
$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 이므로
$2-3abc=1\cdot(5+2)$
$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$