

1. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. x^3+ax^2+bx-4 는 $x-2$ 로 나누어 떨어지고 $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$f(x)=x^3+ax^2+bx-4 \text{라 하면}$$

$$f(2)=4a+2b+4=0\cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$f(-1)=a-b-5=6\cdots\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}\text{에서 } a=3, b=-8$$

$$\therefore a-b=11$$

4. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1$, $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

5. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로

$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

8. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

① x

② $-x+1$

③ $x+1$

④ $-2x+2$

⑤ $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{ 이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

9. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -4 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $a = 3$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

10. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

11. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
 $f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.
 $f(1) = a + b = 2$
 $f(-2) = -2a + b = 5$
연립하면, $a = -1$ $b = 3$
 $\therefore R(x) = -x + 3$
 $R(2) = 1$

12. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x - 7$ 이고, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ① $2x + 1$
- ② $4x + 3$
- ③ $x - 1$
- ④ $4x - 9$
- ⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로 $f(1) = -5$, $f(5) = 11$ 이다.

㉠에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$$f(5) = 5a + b = 11 \text{ 이므로 연립하여 풀면}$$

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는 $4x - 9$ 이다.

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$