

1. 다음 명제 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① -1 의 세제곱근 중 허수는 한 개뿐이다.
- ② $-\sqrt{3}$ 의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{3}$ 이다.
- ③ $\sqrt{2}$ 의 네제곱근 중 실수는 $-\sqrt[4]{2}$ 와 $\sqrt[4]{2}$ 뿐이다.
- ④ -10 의 n 제곱근(n 은 홀수) 중 실수인 것은 한 개뿐이다.
- ⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = -\sqrt[3]{3}$

해설

- ① -1 의 세제곱근 중 실수 1개와 허수2개가 있다. (거짓)
- ② $-\sqrt{3}$ 의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{\sqrt{3}}$ 이다. (거짓)
- ③ n 이 홀수일 때, -10 의 n 제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{-10}$, 즉 한개이다. (참)
- ⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = \{(\sqrt[3]{-3})^3\}^3 = (-3)^3 = -27$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

2. -64 의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$

해설

-64 의 세제곱근은 $x^3 = -64$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^3 + 64 = 0$ 에서

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16) = 0$$

$$\therefore x + 4 = 0 \text{ 또는 } x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2 + 2\sqrt{3}i \text{ 또는 } x = 2 - 2\sqrt{3}i$$

따라서 -64 의 세제곱근은

$$-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$$

3. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2, 2$

해설

16의 네제곱근은
 $x^4 = 16$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = -2, 2, 2i, -2i$
따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은
 $-2, 2$

4. 8의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2, -1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i$

해설

8의 세제곱근은 $x^3 = 8$ 을 만족하는 x 의 값이므로
 $x^3 - 8 = 0$ 에서

$$(x-2)(x^2+2x+4)=0$$

$$\therefore x-2=0 \text{ 또는 } x^2+2x+4=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-1+\sqrt{3}i \text{ 또는 } x=-1-\sqrt{3}i$$

따라서 8의 세제곱근은

$$2, -1+\sqrt{3}i, -1-\sqrt{3}i$$

5. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① -2 는 -16 의 네제곱근이다.
- ② 4 는 16 의 세제곱근이다.
- ③ 8 의 세제곱근은 2 뿐이다.
- ④ 81 의 네제곱근은 $3, -3$ 이다.
- ⑤ -4 는 -64 의 세제곱근이다.

해설

- ① $(-2)^4 = 16 \neq -16$ 이므로 -2 는 -16 의 네제곱근이 아니다.
- ② $4^3 = 64 \neq 16$ 이므로 4 는 16 의 세제곱근이 아니다.
- ③ 8 의 세제곱근을 x 라 하면 $x^3 = 8$ 이므로
$$x^3 - 8 = 0$$
$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$
$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -1 \pm \sqrt{3}i$$
따라서, 8 의 세제곱근은 2 외에도 $-1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i$ 가 있다.
- ④ 81 의 네제곱근을 x 라 하면 $x^4 = 81$ 이므로
$$x^4 - 81 = 0$$
$$(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$$
$$(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9) = 0$$
$$\therefore x = \pm 3 \text{ 또는 } x = \pm 3i$$
따라서, 81 의 네제곱근은 $3, -3$ 외에도 $3i, -3i$ 가 있다.
- ⑤ $(-4)^3 = -64$ 이므로 -4 는 -64 의 세제곱근이다.

6. -8 의 세제곱근 중에서 실수를 a , 16 의 네제곱근 중에서 실수를 b 라 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$a = -2$$

$$b = 2 \text{ or } -2$$

$$a + b^2 = -2 + 4 = 2$$

7. 거듭제곱에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt[4]{81} = \pm 3$
- ② $\sqrt[3]{-64} = -8$
- ③ 16의 네제곱근은 ± 2 이다.
- ④ $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.
- ⑤ -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다.

해설

- ① $\sqrt[4]{81} = \sqrt{9} = 3 \quad \therefore$ 거짓
- ② $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4 \quad \therefore$ 거짓
- ③ 16의 네제곱근은 $\pm 2, \pm 2i$ 이다. $\therefore$ 거짓
- ④ $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{3}$ 이다. $\therefore$ 거짓
- ⑤ $(-1)^3 = -1$ 이므로 -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다. $\therefore$ 참

8. $a > 0, a \neq 1$ 일 때, $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}} = a^k$ 을 만족시키는 유리 수 k 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{8}$
- ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}} \\ &= \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{1}{4}}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{a^{\frac{1}{2}}}}} \\ &= \sqrt[3]{a \cdot \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}} \\ &= \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{5}{12}}} \times \sqrt[3]{\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} \\ &= \left(a^{\frac{17}{12}}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(a^{\frac{1}{12}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{17}{36} + \frac{1}{36}} = a^{\frac{18}{36}} = a^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

9. $a = 2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} \times (a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{24}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12}}$$

$a = 2^{12}$ 이므로

$$a^{\frac{1}{12}} = (2^{12})^{\frac{1}{12}} = 2$$

10. $\sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{\sqrt{\frac{8 + 2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{5 - 3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

11. 양의 실수 a 에 대하여 $\sqrt{\frac{\sqrt[6]{a^7}}{\sqrt[4]{a}}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}} = \sqrt[n]{a^n}$ 이 성립할 때, 자연 수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\sqrt[6]{a^7}}{\sqrt[4]{a}}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}} &= \frac{\sqrt{\sqrt[6]{a^7}}}{\sqrt{\sqrt[4]{a}}} \times \frac{\sqrt[8]{a}}{\sqrt[12]{a}} \\ &= \frac{\sqrt[12]{a^7}}{\sqrt[8]{a}} \times \frac{\sqrt[8]{a}}{\sqrt[12]{a}} \\ &= \frac{\sqrt[12]{a^7}}{\sqrt[12]{a}} = \sqrt[12]{\frac{a^7}{a}} \\ &= \sqrt[12]{a^6} = \sqrt{a} = \sqrt[8]{a^4}\end{aligned}$$

$\therefore n = 4$

12. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

- ① $x\sqrt{x}$ ② $x\sqrt[4]{x}$ ③ $\sqrt[8]{x}$ ④ $\sqrt[8]{x^3}$ ⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

13. 세 수 $A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $A > B > C$ ② $B > A > C$ ③ $C > B > A$
④ $A > C > B$ ⑤ $B > C > A$

해설

$A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로

지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.

3, 4, 6의 최소공배수가 12이므로

$$A = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$

$$B = \sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$$

$$C = \sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{13^2} = \sqrt[12]{169}$$

$$\therefore A > B > C$$

14. 세 수 $A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$, $B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}}$, $C = \sqrt[12]{1024}$ 의 대소관계를 바르게 나타낸것은?
- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

해설

거듭제곱근의 성질을 이용하여 $\sqrt[n]{N}$ 꼴로 통일한다.

$$A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{50}} = \sqrt[6]{50}$$
$$B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}} = \sqrt{\sqrt[3]{40}} = \sqrt[6]{40}$$
$$C = \sqrt[12]{1024} = \sqrt[12]{2^{10}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32} \text{ 이므로}$$
$$\sqrt[6]{32} < \sqrt[6]{40} < \sqrt[6]{50} \text{ 이므로}$$
$$\therefore C < B < A$$