

1. 다음 방정식을 만족하는 x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

▷ 정답: $y = 0$

해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = 2y - 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore y = 0$

$y = 0$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면 $x = -5$

$\therefore x = -5, y = 0$

2. 다음 연립방정식의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{B} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{A} - \textcircled{C} \times 3 \text{ 을 하면 } & -x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{D} \\ \textcircled{B} + \textcircled{C} \times 2 \text{ 를 하면 } & 5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{E} \\ \textcircled{D} + \textcircled{E} \text{ 을 하면 } & 4x = 8 \quad \therefore x = 2 \\ x = 2 \text{ 를 } \textcircled{D} \text{ 에 대입하면 } & -2 + 3y = -5 \quad \therefore y = -1 \\ \text{또, } x = 2, y = -1 \text{ 을 } \textcircled{C} \text{ 에 대입하면} & \\ 2 - 2 \cdot (-1) + z = 5 & \\ \therefore z = 1 & \\ \therefore x = 2, y = -1, z = 1 & \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6 & \end{aligned}$$

3. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=2, y=3, z=4$

② $x=2, y=3, z=-4$

③ $x=2, y=3, z=5$

④ $x=2, y=-3, z=4$

⑤ $x=3, y=2, z=4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x+y+z) = 18, \quad x+y+z = 9 \quad \cdots \textcircled{1}$$

다시 주어진 식에 $\textcircled{1}$ 을 각각 대입한다.

$$\Rightarrow x=3, \quad y=2, \quad z=4$$

5. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $y = 3$

▷ 정답: $z = 1$

해설

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 에서 $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{4} - \textcircled{1}$ 에서 $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{4} - \textcircled{2}$ 에서 $x = 2$

$\textcircled{4} - \textcircled{3}$ 에서 $y = 3$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
 위한 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > -1$ ② $a < -1$ ③ $a > \frac{3}{2}$
 ④ $a < \frac{3}{2}$ ⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \dots \textcircled{A} \\ ax-y=3 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 에서 $(a+1)x=5$
 $\therefore x = \frac{5}{a+1} \dots \dots \dots \textcircled{C}$
 \textcircled{C} 을 \textcircled{A} 에 대입하면 $\frac{5}{a+1} + y = 2$
 $\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$
 그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로
 $\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0$ 에서,
 $a > \frac{3}{2}$

7. $a \neq b$ 에 대해 연립방정식 $x - y = a, z - y = b, ab(x - z) = (a - b)y$ 를 풀 때, y 의 값을 구하면?

① $y = a$

② $y = b$

③ $y = a + b$

④ $y = a - b$

⑤ $y = ab$

해설

$x - y = a \dots\dots ①$

$z - y = b \dots\dots ②$

① - ② 에서 $x - z = a - b \neq 0 (\because a \neq b)$

\therefore 주어진 식에서 $ab(a - b) = (a - b)y$

따라서 $y = ab$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y+2z=3 \\ 2x+y-z=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=a, y=b, z=c$ 라 할 때,

$(a+b)^2+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x+y+z &= 3 \quad \dots \text{ ①} \\ x-y+2z &= 3 \quad \dots \text{ ②} \\ 2x+y-z &= -1 \quad \dots \text{ ③} \\ \text{①} + \text{②} &: 2x+3z=6 \\ \text{②} + \text{③} &: 3x+z=2 \\ \text{연립하면, } x &= 0, z=2 \\ \therefore y &= 1 \\ \therefore (a+b)^2+c &= 3 \end{aligned}$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, 곱

$\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 30

해설

주어진 세 식을 합하면 $2 \cdot (x+y+z) = 18$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 9$

$$\begin{cases} \alpha = 9 - (\beta + \gamma) = 9 - 6 = 3 \\ \beta = 9 - (\alpha + \gamma) = 9 - 7 = 2 \\ \gamma = 9 - (\alpha + \beta) = 9 - 5 = 4 \end{cases}$$

$\therefore \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$

10.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3y + 5z = 21 \\ 5z + 2x = 17 \end{cases}$$
 의 해가 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$ 일 때, 곱 $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \cdots \text{㉠} \\ 3y + 5z = 21 & \cdots \text{㉡} \\ 5z + 2x = 17 & \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \text{에서 } 2(2x + 3y + 5z) = 46$$

$$2x + 3y + 5z = 23$$

$$\text{㉠} \text{식에서 } 5z = 15, z = 3, y = 2, x = 1$$

$$\alpha\beta\gamma = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$