

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 다음 x, y 의 다항식 P, Q 에 대해 $P + Q$ 를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$P = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$

$$Q = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠ 4

▶ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$$P + Q = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

3. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$ 를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$

② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$

③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$

④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$

⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$\begin{aligned} & 3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3 \end{aligned}$$

4. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수는 얼마인가?

- ① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$2A - 3B$$

$$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$$

$$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$$

∴ x^2 의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.

$$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$$

5. $\{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\}$ 를 간단히 하면?

① $2y$

② $2z$

③ $-2y$

④ $-2z$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & \{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\} \\ &= (x - y + z) - (x - y - z) \\ &= x - y + z - x + y + z \\ &= 2z \end{aligned}$$

해설

6. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

7. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
 ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
 ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
 ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
 ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉤ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $A \ominus B$ 와 $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 x, y 에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$

② $x^4y^2 - xy^5$

③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$

⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정식에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

$$P - 2Q$$

$$\begin{aligned} &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

9. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$

② $4x^2 - 7x + 3$

③ $4x^2 - 4x + 5$

④ $4x^2 - 8x + 2$

⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

10. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

11. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

12. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

13. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$

② $x^2 + x + 2$

③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

15. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

16. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

17. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

18. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

19. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

20. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

21. 다항식 $2x^2 + 5ax - a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x + 3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x + a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2 + 2ax - 2a^2$

② $x^2 - a^2$

③ $2x^2 + 3ax + a^2$

④ $2x^2 - 3ax - a^2$

⑤ $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$ 이므로

$$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2 + 5ax - 3a^2$ 을 $x + 3a$ 로 나눈 몫이므로

$$P(x) = 2x - a$$

$$\begin{aligned}\therefore (x + a)P(x) &= (x + a)(2x - a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2\end{aligned}$$

22. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

23. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R

③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R

⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R = (2x - 1) \frac{1}{2} Q(x) + R$$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x)$, R

② $3Q(x)$, $3R$

③ $3Q(x)$, R

④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R

⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x)(3x + 1) + R$$

25. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면

즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 - 5x = -3$$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$x^2 = -x + 1$$

$$x^5 - 5x = (x^2)^2 \times x - 5x$$

$$= x(-x + 1)^2 - 5x$$

$$= x^3 - 2x^2 - 4x$$

$$= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x$$

$$= -x^2 - x - 2$$

$$= -(x^2 + x) - 2$$

$$= -1 - 2 = -3$$