

1. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

2. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2, b = 4, c = -1$

$\therefore abc = -8$

4. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③

㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.
- ㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.
- ㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

5. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

6. 두 점 A(2,0) , B(5,3) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점을 P ,
2 : 1로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$P = \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{3}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{3} \right) = (4, 2)$$

$$Q = \left(\frac{2 \times 5 - 1 \times 2}{2 - 1}, \frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2 - 1} \right) = (8, 6)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

7. $3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 가 되도록 하는 선분 AB 위의 점 P에 대하여 A(-3, 2)이고, P(1, 0)일 때, 점 B의 x 좌표와 y 좌표의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

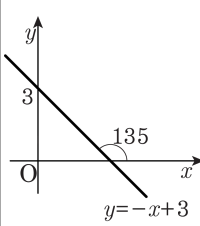
$3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 이므로
 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ 이고,
점 P가 선분 AB 위의 점이므로
점 P는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점이다.
이 때, 점 B의 좌표를 B(a, b)라 하면
$$\left(\frac{2 \times a + 3 \times (-3)}{2 + 3}, \frac{2 \times b + 3 \times 2}{2 + 3} \right) = (1, 0)$$
$$\frac{2a - 9}{5} = 1, \frac{2b + 6}{5} = 0$$
$$\therefore a = 7, b = -3$$
$$\therefore a + b = 4$$

8. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^{\circ}$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기: -1 , y 절편: 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
 $-1 = \tan \theta$ 에서 $\theta = 135^{\circ}$



9. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

- ① $2f(1) - f(2)$ ② $2\{f(1) + f(2)\}$
③ $2(1) + f(2)$ ④ $4\{f(1) + f(2)\}$
⑤ $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$R(x) = ax + b, \quad R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, \quad f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

11. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+3$ 이고, 최소공배수가 x^3+4x^2+x-6 일 때 두 이차식을 구하면?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \begin{cases} x^2+x-3 \\ x^2+5x+1 \end{cases} & \textcircled{2} \begin{cases} x^2+x-6 \\ x^2+4x+3 \end{cases} \\ \textcircled{3} \begin{cases} x^2+x-2 \\ x^2-x+3 \end{cases} & \textcircled{4} \begin{cases} x^2+2x-3 \\ x^2+5x+6 \end{cases} \\ \textcircled{5} \begin{cases} x^2+4x+3 \\ x^2-x-6 \end{cases} & \end{array}$$

해설

$x^3+4x^2+x-6=(x-1)(x+2)(x+3)$
두 이차식은 $(x-1)(x+3)$, $(x+2)(x+3)$ 에서
 x^2+2x-3 , x^2+5x+6

12. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
- ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면

$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2)$ 이고,

L 을 인수분해하면

$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$

$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10$ 이므로

두 다항식의 합은

$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$

13. 두 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 위치 관계가 내접하도록 하는 상수 r 의 값을 구하여라. (단, $r > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 원을

$$C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9 \leftarrow \text{중심 } (3, 4)$$

$$C_2 : x^2 + y^2 = r^2 (r > 0) \leftarrow \text{중심 } (0, 0)$$

두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이는 각각 $3, r$ 이고, 중심거리는 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이다.

이 때, $|r-3| = 5$ 이어야 하므로 $r-3 = \pm 5$

$$\therefore r = 8 (\because r > 0)$$

14. 직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동하면 처음 직선과 일치한다. 이 때 m, n 의 관계식으로 옳은 것은?

- ① $m+2n=0$ ② $m+2n=1$ ③ $2m+n=0$
④ $2m-n=0$ ⑤ $2m-n=1$

해설

직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동하면

$$(x-m)+2(y-n)-3=0$$

$$\therefore x+2y-m-2n-3=0$$

이 직선이 처음 직선 $x+2y-3=0$ 과 일치하므로

$$-m-2n-3=-3$$

$$\therefore m+2n=0$$

15. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

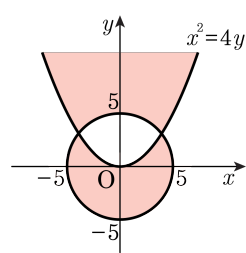
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하므로 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 이동한다.

이 직선의 y 절편은 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{4}$

16. 다음 중 아래 그림의 어두운 부분을 나타내는 부등식으로 올바른 것은?



- ① $(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \leq 0$
 ② $x(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \geq 0$
 ③ $(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \geq 0$
 ④ $x(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \leq 0$
 ⑤ $y(x^2 + y^2 - 1)(y - x^2) \geq 0$

해설

① 해: $\begin{cases} y \leq \frac{x^2}{4}, x^2 + y^2 \leq 5^2 \\ y \geq \frac{x^2}{4}, x^2 + y^2 \geq 5^2 \end{cases}$ 영역을 그려보면 그림과 같다.

17. 세 개의 부등식 $x \leq 2$, $y \leq 2$, $x + y \geq 2$ 를 동시에 만족하는 x , y 값에 대하여 일차식 $x - 2y$ 의 값의 최대, 최소는 얼마인가?

① 최댓값 1, 최솟값 -2

② 최댓값 2, 최솟값 -4

③ 최댓값 4, 최솟값 -2

④ 최댓값 2, 최솟값 -1

⑤ 최댓값 4, 최솟값 -1

해설

세 부등식을 동시에 만족하는 점 (x, y) 영역을 그리면 다음 그림과 같다.

따라서 $x - 2y = k$ 로 놓으면 $y = \frac{x - k}{2}$

$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{k}{2} \dots \textcircled{1}$

이것은 기울기 $\frac{1}{2}$ 인 직선을 나타내며,

영역 내에서 $\textcircled{1}$ 을 평행 이동하면 점

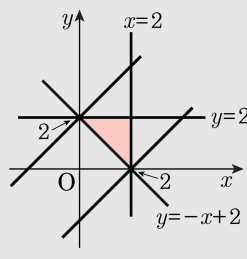
$(2, 0)$ 과 $(0, 2)$ 까지 이동한다.

따라서 점 $(2, 0)$ 을 지날 때 최대가 되고,

점 $(0, 2)$ 를 지날 때 최소가 된다.

점 $(2, 0)$ 과 $(0, 2)$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면,

최댓값 : 2, 최솟값 : -4



18. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

19. 함수 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + m$ 과 만나기 위한 양수 m 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

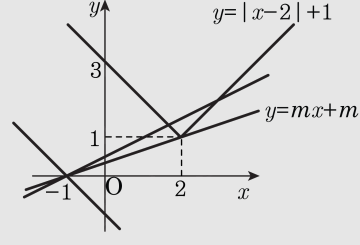
해설

$x \geq 2$ 일 때, $|x - 2| = x - 2$ 이므로

$$y = x - 2 + 1 = x - 1$$

$x < 2$ 일 때, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = -x + 2 + 1 = -x + 3$

따라서, $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, 직선 $y = mx + m = m(x + 1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.

직선 $y = mx + m$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지날 때, $1 = 2m + m \therefore m = \frac{1}{3}$

직선 $y = mx + m$ 이 직선 $y = -x + 3$ 과 평행할 때, $m = -1$

따라서, 직선 $y = mx + m$ 이 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프와 만나려면 기울기 m 의 값의 범위가

$m \geq \frac{1}{3}$ 또는 $m < -1$ 이어야 한다.

그런데 양수 m 이므로 $m \geq \frac{1}{3}$ 그러므로 구하는 m 의 최솟값은 $\frac{1}{3}$

이다.

20. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $ax + by + c = 0$ 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 모두 양수이고 $b \geq a$)

보기

- ㉠ $c = b$ 이면 두 점에서 만난다.
- ㉡ $c = 2b$ 이면 만나지 않는다.
- ㉢ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이면 한 점에서 만난다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

원의 중심이 $(0, 0)$ 이므로 원의 중심에서 직선 $ax + by + c = 0$ 에 이르는 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

㉠ $d = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} < 1$ 그러므로 교점은 2개다.

즉, $n(A \cap B) = 2$

㉡ $d = \frac{2b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq \frac{2b}{\sqrt{2}b} > 1$ ($\because b \geq a$)

그러므로 교점은 없다.

㉢ $d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1$

그러므로 교점은 1 개다.

따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 모두 참이다.

21. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 의 공통접선의 방정식을 구하면?

① $x = -2$, $y = -1$

② $x = 1$, $y = 1$

③ $x = -1$, $y = 1$

④ $x = 1$, $y = -1$

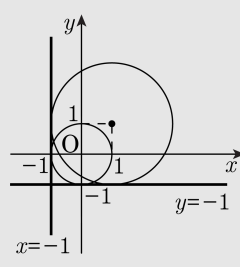
⑤ $x = -1$, $y = -1$

해설

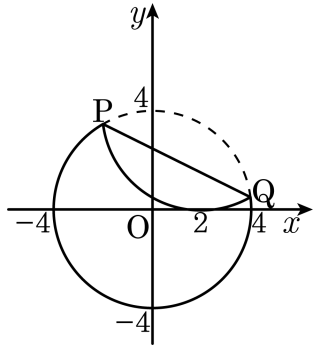
그림을 그려보면 두 개의 공통접선이

존재하고 그 식은 각각

$x = -1$, $y = -1$



22. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$ 을 점 $(2, 0)$ 에서 x 축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q를 지나는 직선의 x 절편을 구하여라.

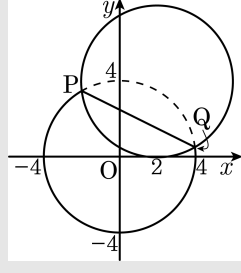


▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

호 PQ는 그림과 같이 점 $(2, 0)$ 에서 x 과 접하고 반지름의 길이가 4인 원의 일부이므로 원의 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$ //



이때 선분 PQ는 두 원 $x^2 + y^2 = 16$, $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$ 의 공통현이므로 직선 PQ의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 16 - \{(x - 2)^2 + (y - 4)^2 - 16\} = 0$$

$$\therefore x + 2y - 5 = 0$$

따라서 두 점 P, Q를 지나는 직선의 x 절편은 5이다.

23. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 $\frac{b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{a}{c}$ 를 만족할 때, 이차방정식 $cx^2 + bx + a = 0$ 의 한 근을 복소수 α 라 하자. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\tiny \neg} \quad \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$	$\textcircled{\tiny \sqcup} \quad \alpha + \bar{\alpha} = -1$
$\textcircled{\tiny \ominus} \quad \frac{1}{\alpha} = \bar{\alpha}$	$\textcircled{\tiny \oplus} \quad \alpha^2 = \bar{\alpha}$

- ① $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqcup}$

② $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqcup}, \textcircled{\tiny \ominus}$

③ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}$
- ④ $\textcircled{\tiny \sqcup}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}$

⑤ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqcup}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}$

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{a}{c} = k \Rightarrow b = ak, \ c = bk, \ a = ck$$
변변끼리 곱하면 $abc = abck^3$
 $abc \neq 0$ 이므로 $k^3 = 1$
 $\therefore k = 1 \quad \therefore a = b = c$
 $cx^2 + bx + a = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$
한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\bar{\alpha}$ 이다
 $\textcircled{\tiny \neg} \quad \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$
 $\textcircled{\tiny \sqcup} \quad \alpha + \bar{\alpha} = -1$
 $\textcircled{\tiny \ominus} \quad \alpha\bar{\alpha} = 1, \ \frac{1}{\alpha} = \bar{\alpha}$
 $\textcircled{\tiny \oplus} \quad x^2 + x + 1 = 0$ 의 근을 구해보면
 $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \quad \bar{\alpha} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$
 $\therefore \alpha^2 = \bar{\alpha}$

24. 함수 f 가 다음 세 조건을 만족한다.

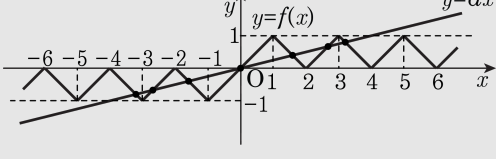
- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$
(나) $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = f(x+2)$
(다) $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = 1 - |x-1|$

이 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 의 교점의 개수가 7 이기 위한 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-\frac{1}{4} < a < \frac{1}{4}$ ② $0 < a < 2$ ③ $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}$
④ $\frac{1}{5} < a < \frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3} < a < 3$

해설

(다) 의 $f(x) = 1 - |x-1|$ 에서
 $0 \leq x < 1$ 일 때, $f(x) = 1 + x - 1 = x$
 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = 1 - x + 1 = -x + 2$
또, (나) 에서 $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = f(x+2)$ 이고, (가) 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



(i) 직선 $y = ax$ 가 점 $(3, 1)$ 을 지날 때, $1 = 3a$ 에서 $a = \frac{1}{3}$
이 때, 이 직선과 $y = f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 5 이다.
(ii) 직선 $y = ax$ 가 점 $(5, 1)$ 을 지날 때, $1 = 5a$ 에서 $a = \frac{1}{5}$
이 때, 이 직선과 $y = f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 9 이다.
따라서, 직선 $y = ax$ 와 $y = f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 7 이기 위한 a 의 값의 범위는

$$\frac{1}{5} < a < \frac{1}{3}$$

25. 서로 다른 세 복소수 a, b, c 가 $a + b + c = 0, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ 을 만족할 때, $\frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a + b + c = 0, a + b = -c \quad \cdots \textcircled{1}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0, ab + bc + ca = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$

②에서 $ab = -c(a + b) \leftarrow \textcircled{1} \text{대입}$

$\therefore ab = c^2 \leftarrow \textcircled{3}$

마찬가지로

$bc = a^2 - \textcircled{1}, ca = b^2 - \textcircled{1}$

$\textcircled{3} \div \textcircled{1} : \frac{a}{b} = \left(\frac{b}{a}\right)^2, \left(\frac{b}{a}\right)^3 = 1$

$\textcircled{1} \div \textcircled{3} : \frac{c}{a} = \left(\frac{a}{c}\right)^2, \left(\frac{a}{c}\right)^3 = 1$

즉, $\frac{b}{a}, \frac{a}{c}$ 는 $t^3 = 1, (t - 1)(t^2 + t + 1) = 0$ 의 근이고 a, b, c 가

서로 다른 수이므로

$\frac{b}{a}, \frac{a}{c}$ 는 $t^2 + t + 1 = 0$ 의 근이다.

또한 $\textcircled{1}$ 에서 $bc = a^2$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{a}{c}$

$\therefore \frac{b}{a}$ 와 $\frac{\bar{a}}{c}$ 는 $t^2 + t + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근

$\therefore \frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c} = -1$ (두 근의 합)