

1. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{A}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{B}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{C}$$

①, ②, ③을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

2. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1) Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

3. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$$x^2 + y^2 = 4$$

4. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a=-2, b=2$

5. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
 $x = -3$ 일 때 $y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$
 $x = 1$ 일 때 $y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4$ 이다.
따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

6. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $\frac{20}{3-x}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$-2 \leq -x \leq 2$,

$1 \leq 3-x \leq 5$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3-x} \leq 1$

$\therefore 4 \leq \frac{20}{3-x} \leq 20$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 24

7. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

8. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

9. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$

② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$

③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$

④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$

⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설

$$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$$

$$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$$

10. 두 점 A(-3, 1) , B(2, 5) 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

11. 세 점 A(6, -1), B(-1, 2), C(4, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (m, n) 이라 할 때, mn 의 값은?

① 4

② $\frac{13}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ 5

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

무게중심

$$G\left(\frac{6+(-1)+4}{3}, \frac{-1+2+3}{3}\right) = \left(3, \frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore mn = 4$$

12. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 방정식은?

- ㉠ $y = 3x - 6$ ㉡ $y = 3x - 2$ ㉢ $y = 3x - 1$
㉣ $y = 3x + 6$ ㉤ $y = 3x + 2$

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-1}{3-2} = 3$ 이므로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고, x 절편이 2 인 직선이므로,
 $y = 3(x - 2)$
 $\therefore y = 3x - 6$

13. 두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 2$

② $y = x - 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $y = -1$

해설

두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $x = 4$

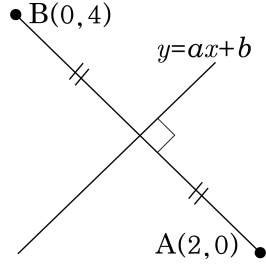
14. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A},$$
$$3x + by + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$$
$$x - (b + 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$$
$$\textcircled{A} \perp \textcircled{B} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{ 에서 } ab = -3$$
$$\textcircled{A} // \textcircled{C} : \frac{1}{1} = \frac{-(b + 3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{ 에서 } a + b = -3$$
$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선 l 을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{4-0}{0-2} = -2$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 중점 M 은

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1, 2)$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

16. 세 직선 $x+y-1=0$, $x+ay+3=0$, $x-y-3=0$ 이 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x+y-1=0$, $x-y-3=0$ 의 교점을 구하면 $(2, -1)$ 이고,
이 점을 직선 $x+ay+3=0$ 이 지나면 되므로 $2+a \cdot (-1)+3=0$
 $\therefore a=5$

17. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를 (a, b) 반지름의 길이를 r 라 할 때, $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

$$(x^2 - 10x + 25) + (y^2 - 2y + 1) = 25$$

$$\therefore (x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$$

따라서 중심의 좌표는 $(a, b) = (5, 1)$

반지름의 길이는 $r = 5$ 이므로

$$a + b + r = 5 + 1 + 5 = 11$$

18. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 2x + 1$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 2x + 5$
④ $y = 2x + 7$ ⑤ $y = 2x + 9$

해설

x 축으로 1만큼 평행이동하므로
주어진 방정식은 $y = 2(x - 1) + 3$ 으로 이동한다.

19. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

20. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

21. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

22. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

23. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$x^3 - 1 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

24. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 1 - \sqrt{2}$ ② $a \leq 1$ ③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$
④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$ 또는 $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

25. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$