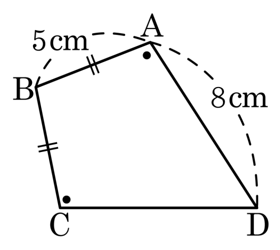
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이는?

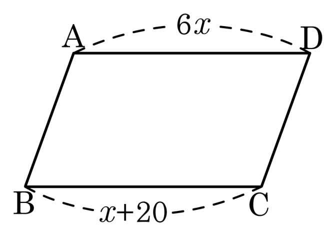


① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

△ABC 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로
$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
$\therefore$ (둘레의 길이) $= (5 + 8) \times 2 = 26(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$6x = x + 20$

$5x = 20 \quad \therefore \ x = 4$

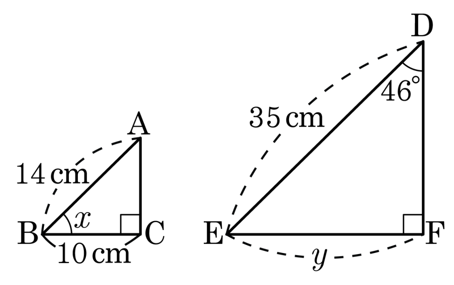
3. 다음 중 항상 서로 닮음인 도형은?

① 두 이등변삼각형
② 두 직각삼각형
③ 두 직사각형
④ 두 원
⑤ 두 부채꼴

해설

항상 닮음이 되는 평면도형은 두 원, 두직각이등변삼각형, 두 정다각형이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $x = 44$°

▷ 정답 : $y = 25$ cm

해설

$\angle B = \angle E = 180° - (90° + 46°) = 44°$

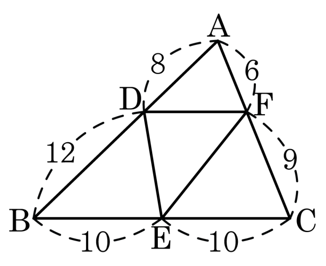
$\therefore\ x = 44°$

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$

$14 : 35 = 10 : y$

$\therefore\ y = 25\ (\mathrm{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\triangle DEF$ 의 변에 평행한 선분을 보기에서 골라라.



보기

$\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$

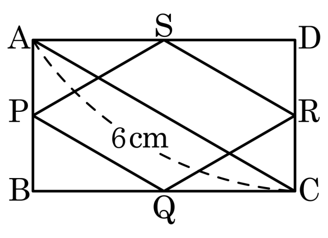
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BC}$

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AF} : \overline{AC}$, $8 : 12 = 6 : 9$ 가 성립하므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 한다. 대각선 AC 의 길이가 6cm 일 때, 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 □PQRS 의 둘레의 길이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이고, △ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이다.

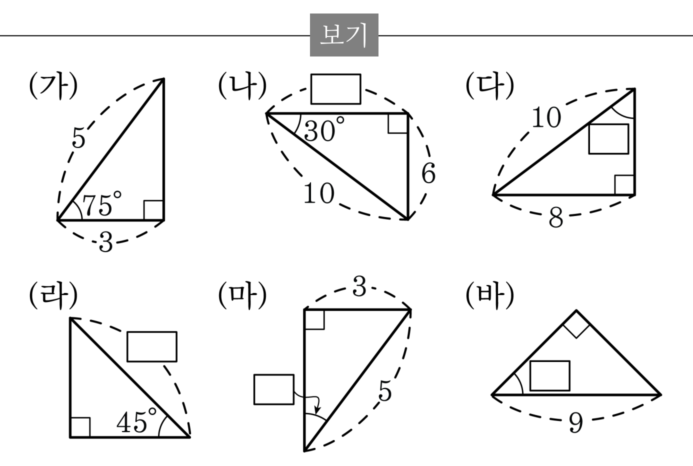
□ABCD 가 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$,

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\mathrm{cm})$,

따라서 (□PQRS의 둘레의 길이) $= 3 \times 4 = 12(\mathrm{cm})$ 이다.

7. 다음 삼각형 중에서 (가)와(마), (나)와(다), (라)와(바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



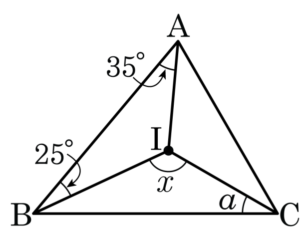
① (나) 8　　② (다) 45 °　　③ (라) 9

④ (마)30 °　　⑤ (바)45 °

해설

② (다) 60°
④ (마) 15°

8. 점 I가 내심일 때, $\angle x = (\qquad)^\circ$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



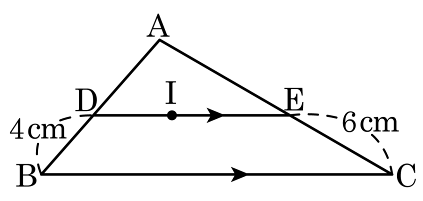
▶ 답 : °

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$ 이다.
삼각형 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle ICB$를 $\angle a$라 하면,
$35^\circ + 35^\circ + 25^\circ + 25^\circ + \angle a + \angle a = 180^\circ$, $\angle a = 30^\circ$ 이다.
삼각형 IBC 의 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 180^\circ$
$\therefore\ \angle x = 125^\circ$

9. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이다. $\overline{DB} = 4(\mathrm{cm})$, $\overline{EC} = 6\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



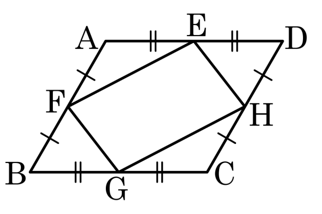
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 10 cm

해설

$\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 이등변 삼각형이므로 $\overline{DI} = 4(\mathrm{cm})$, $\overline{IE} = 6(\mathrm{cm})$
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 4 + 6 = 10(\mathrm{cm})$

10. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



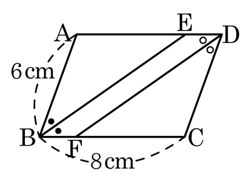
$\triangle AFE \equiv \triangle CHG$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$
$\triangle BGF \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{FG} = \overline{HE}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

① 등변사다리꼴　② 직사각형　③ 마름모
④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle B, \angle D$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 6cm, \overline{BC} = 8cm$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이는?

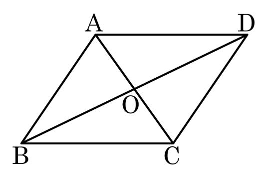


① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBF = \angle AEB$
따라서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\angle EBF = \angle AEB$ 이므로
$\overline{AE} = \overline{AB} = 6(cm)$
$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2(cm)$

12. 다음 그림 □ABCD 는 평행사변형이라고 할 때, 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것은?



① $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$

② $\angle A = \angle C = 80°$

③ $\overline{BO} = \overline{DO} = 4\text{cm}$

④ $\overline{AO} = 5\text{cm}$, $\overline{BO} = 5\text{cm}$, $\overline{CO} = 5\text{cm}$, $\overline{DO} = 5\text{cm}$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 된다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이면 된다.

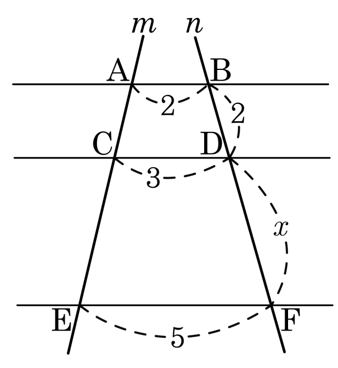
13. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.
③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설

④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

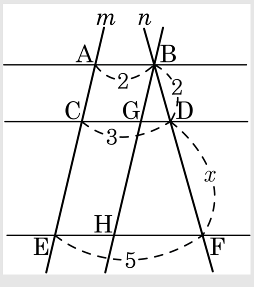
14. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{CD} // \overline{EF}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

다음 그림과 같이 점 B를 지나 직선 m에 평행한 직선을 그어 직선 CD , EF와 만나는 점을 각각 G , H라 하면 □AEHB는 평행사변형이다.



$\therefore\ \overline{GD} = 1,\ \overline{HF} = 3$

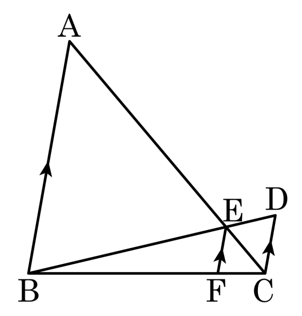
$\overline{GD} // \overline{HF}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{BF} = \overline{GD} : \overline{HF}$ 이다.

$2 : (2 + x) = 1 : 3$

$2 + x = 6$

$\therefore\ x = 4$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{DC}$ 이고 $\overline{AB}:\overline{CD}=4:1$ 일 때, $\overline{EF}:\overline{AB}$ 는?

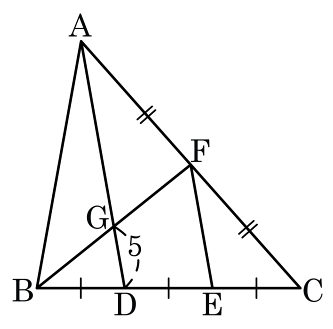


① 1 : 4 ② 1 : 5 ③ 2 : 5 ④ 5 : 2 ⑤ 5 : 1

해설

$\overline{AB}:\overline{CD}=4:1$ 이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=4:1$ 이다. $\overline{CE}:\overline{AC}=1:5$ 이고 $\overline{AB}//\overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF}:\overline{AB}=1:5$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 F 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, 점 D, E 는 $\overline{BC}$ 를 삼등분하는 점이다. $\overline{GD}=5$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?

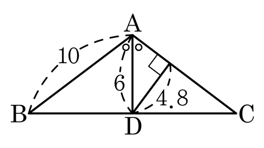


① 10 ② 14 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

삼각형의 중점연결정리에 의해 $\overline{FE}=2\times\overline{GD}=10$, $\overline{AD}=2\times\overline{FE}=20$ 이므로
$\therefore \overline{AG}=\overline{AD}-\overline{GD}=20-5=15$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 할때, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

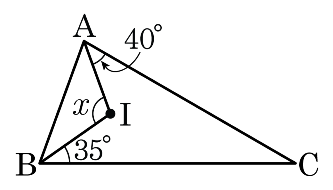


① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4.8 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 6$, $\overline{DC} = 8$이므로 $\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 16$이다.

18. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

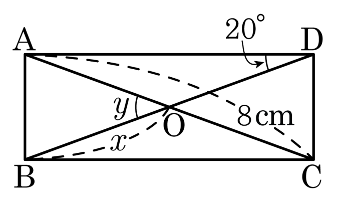


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180°이므로
$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

19. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



① 2cm, 30°   ② 3cm, 30°   ③ 3cm, 40°

④ 4cm, 30°   ⑤ 4cm, 40°

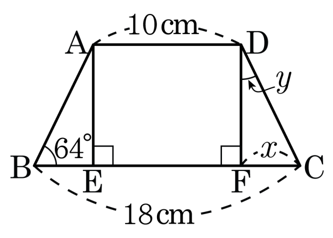
해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4(\text{cm})$

$\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 할 때, x, y 를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : °

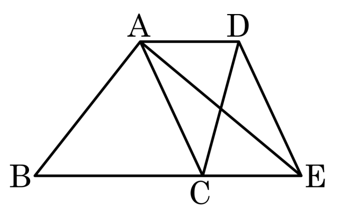
▷ 정답 : $x = 4$ cm

▷ 정답 : $\angle y = 26$ °

해설

등변사다리꼴에서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로
$\overline{BE} = \overline{CF}$, $x = 4\text{cm}$, $\angle y = 26°$

21. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이는 20cm^2 이고, △ACE 의 넓이는 8cm^2 이다. $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$ 일 때, △ABC 의 넓이는?

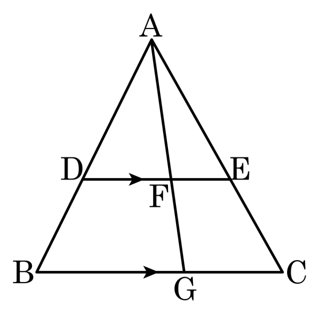


① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2
④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED 이고
△ABC = □ABCD − △ACD 이므로
△ABC = 20 − 8 = $12(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$　② $\overline{DF}:\overline{BG}=\overline{AE}:\overline{AC}$

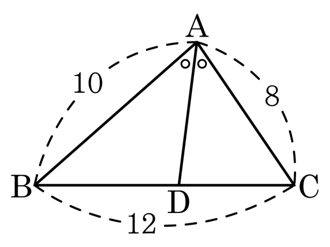
③ $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{FE}}=\dfrac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$　④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}}$

⑤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로 ④ $\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}}=\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}}=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ 로 고쳐야 한다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라고 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



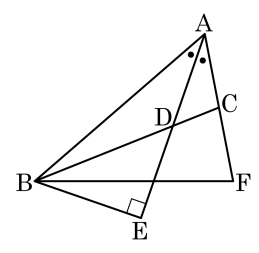
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}$

해설

$\overline{CD}$ 의 길이를 x 라 하면 $\overline{BD}$ 의 길이는 $(12-x)$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $(12-x) : x = 5 : 4$, $9x = 48$,
따라서 $x = \frac{16}{3}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 3\overline{AC}$, $\overline{AC} = \overline{CF}$ 이다. $\triangle ADC = 30\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBE$ 의 넓이를 구하면?



① $50\,\mathrm{cm}^2$ ② $60\,\mathrm{cm}^2$ ③ $70\,\mathrm{cm}^2$

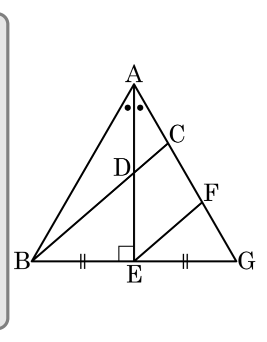
④ $80\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $90\,\mathrm{cm}^2$

해설

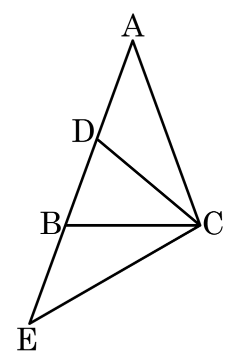
$\overline{AF}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라고 하면 $\overline{BE} = \overline{EG}$, $\overline{AC} = \overline{CF} = \overline{FG}$ 이다. $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\triangle ABD = 3\triangle ADC$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle DBE$ 이다. $\therefore \triangle DBE = 3\triangle ADC = 90(\mathrm{cm}^2)$



25. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



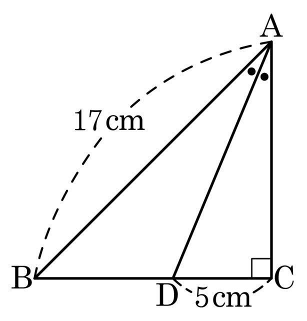
▶ 답: °

▷ 정답: 40 °

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$
$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$
$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로
$\angle ECB = \angle y$
$\angle ACE = 100°$ 이므로
$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°$, $\angle y = 30°$
$\therefore\ \angle x = \angle BCD = 40°$

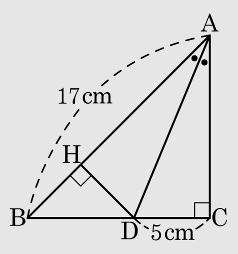
26. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\dfrac{11}{2}\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\text{cm}^2$　③ $\dfrac{75}{2}\text{cm}^2$
④ $33\,\text{cm}^2$　⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

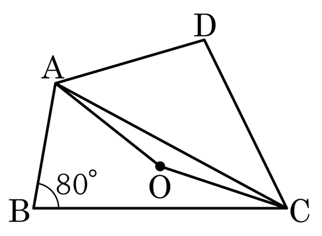


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17\times5\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5\times12\times\dfrac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\dfrac{85}{2} - 30 = \dfrac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

27. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

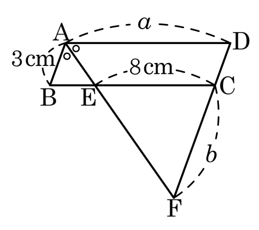
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?



① 19cm　② 20cm　③ 21cm

④ 22cm　⑤ 23cm

해설

$\angle \mathrm{DAF} = \angle \mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)

$\angle \mathrm{BAE} = \angle \mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)

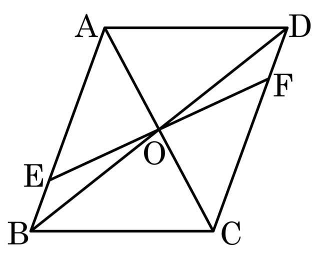
$\triangle \mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$

$\triangle \mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square \mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

29. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6　② 18　③ 24　④ 48　⑤ 96

해설

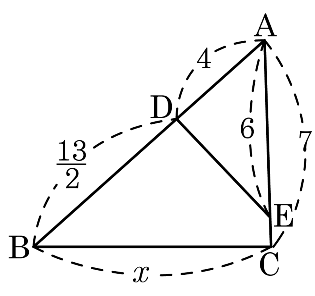
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3} \triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

30. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, $\overline{DE}$의 길이를 x에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{7}x$

해설

$\overline{AD} : \overline{AC} = 4 : 7$

$\overline{AE} : \overline{AB} = 6 : \left(4 + \frac{13}{2}\right) = 6 : \frac{21}{2} = 12 : 21 = 4 : 7$

$\angle A$는 공통

따라서 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$(SAS닮음)

$\overline{DE} : x = 4 : 7$이므로 $7\overline{DE} = 4x$

$\therefore\ \overline{DE} = \frac{4}{7}x$