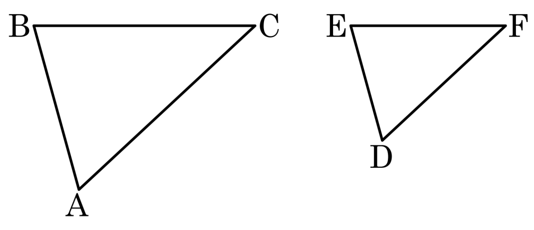
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮은 도형일 때, 옳지 않은 것은?



① 닮음인 것을 기호 $\backsim$를 쓰면 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 로 나타낼 수 있다.
② 변 AB 대응변은 변 DE 이다.
③ 각 C 의 대응각은 각 E 이다.
④ 닮음비가 1 : 1 이라는 것은 합동을 뜻한다.
⑤ 두 정삼각형은 항상 닮은 도형이다.

해설
각 C 의 대응각은 각 F 이다.

2. 다음 중 항상 닮음인 두 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 원
㉢ 두 원뿔	㉣ 두 직육면체
㉤ 두 정육면체	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

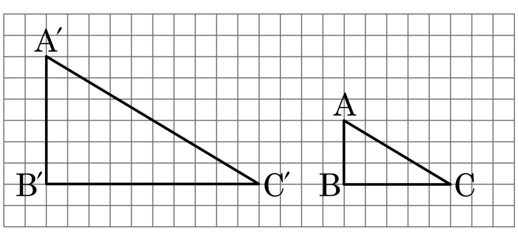
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

모든 원과 변의 개수가 같은 모든 정다각형끼리는 각각 항상 닮음이다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉤이다.

3. 다음 그림과 같이 $\triangle A'B'C'$ 는 $\triangle ABC$ 를 확대한 것이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것의 기호를 쓰시오.



㉠ $\triangle ABC : \triangle A'B'C' = 2 : 1$

㉡ $\angle A' = \angle A$

㉢ $4\triangle ABC = \triangle A'B'C'$

㉣ $\overline{AC} : \overline{A'C'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$

㉤ $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 1 : 2$

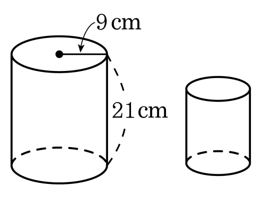
▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

$\triangle ABC : \triangle A'B'C' = 1 : 4$

4. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 168π cm^2

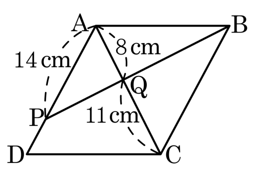
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 9 \times \frac{2}{3} = 6(\mathrm{cm})$, $h = 21 \times \frac{2}{3} = 14(\mathrm{cm})$

(옆면의 넓이) $= 2\pi rh = 2\pi \times 6 \times 14 = 168\pi(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 점 Q 는 대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BP}$ 의 교점이다. 이 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① 5 cm ② 5.25 cm

③ 6 cm ④ 6.25 cm

⑤ 7 cm

해설

$\triangle QAP \backsim \triangle QCB$ (AA 닮음)

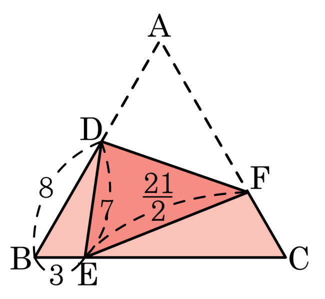
$\overline{QA} : \overline{QC} = \overline{AP} : \overline{CB}$

$8 : 11 = 14 : \overline{CB}$

$\overline{CB} = \dfrac{11 \times 14}{8} = (19.25)\,\text{cm}$

$\therefore \overline{PD} = \overline{AD} - \overline{AP} = \overline{BC} - \overline{AP} = 19.25 - 14 = 5.25(\,\text{cm})$

6. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{DB}=8$, $\overline{BE}=3$, $\overline{DE}=7$, $\overline{EF}=\frac{21}{2}$ 일 때, $\overline{CF}$ 와 $\overline{EC}$ 의 길이의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\angle BDE=\angle CEF$, $\angle B=\angle C=60°$ 이므로

$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

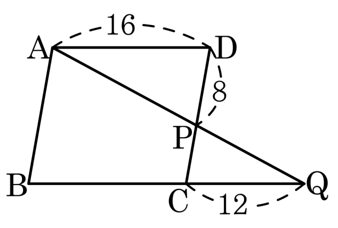
$7:\frac{21}{2}=3:\overline{CF}$, $\overline{CF}=\frac{9}{2}$

$7:\frac{21}{2}=8:\overline{EC}$

$7\overline{EC}=84$, $\overline{EC}=12$

$\therefore\ \overline{CF}\times\overline{EC}=\frac{9}{2}\times12=54$

7. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AB} = x$ 라고 하면

$\overline{AB} : \overline{PC} = \overline{BQ} : \overline{CQ}$

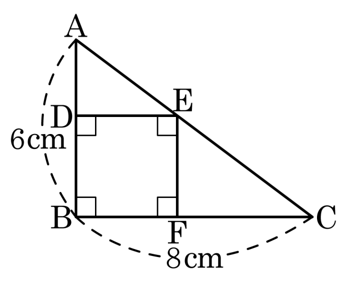
$x : (x-8) = (16+12) : 12$

$12x = (28x - 224)$

$16x = 224$

$\therefore x = 14$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

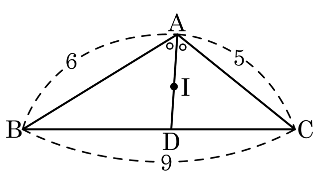


① $\frac{24}{7}$cm ② $\frac{26}{7}$cm ③ $\frac{7}{2}$cm
④ $\frac{9}{2}$cm ⑤ $\frac{11}{3}$cm

해설

$\triangle$ADE 와 $\triangle$ABC 에서 $\angle$A 는 공통
$\angle ADE = \angle ABC$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$
$6 : 8 = (6 - x) : x$
$3 : 4 = (6 - x) : x$
$3x = 24 - 4x$
$\therefore\ x = \frac{24}{7}$

9. 다음 그림에서 점I는 내심이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\overline{AI} : \overline{ID}$ 를 구하면?



① 3 : 2　② 9 : 5

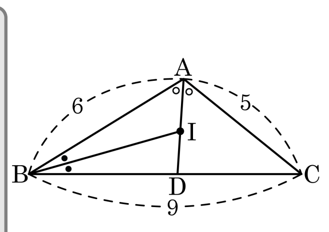
③ 5 : 6　④ 9 : 11

⑤ 11 : 9

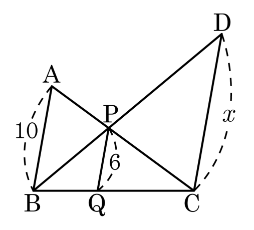
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$ 이므로 $\overline{BD} = 9 \cdot \frac{6}{11} = \frac{54}{11}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{BA} : \overline{BD} = 6 : \frac{54}{11} = 66 : 54 = 11 : 9$



10. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ // $\overline{\mathrm{PQ}}$ // $\overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 10, \overline{\mathrm{PQ}} = 6$ 일 때, x 의 값은?



① 12 ② 13 ③ 14

④ 15 ⑤ 16

해설

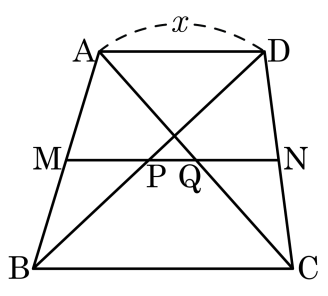
$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{QC}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{PQ}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BQ}} : \overline{\mathrm{BC}}$

$6 : x = 2 : 5$

$x = 15$

11. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이 각각 M , N 이고 $\overline{AD}+\overline{BC}=36$, $\overline{MP}:\overline{PQ}=7:4$ 일 때, x의 값은?



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{AD}=x$, $\overline{BC}=36-x$ 라 하면

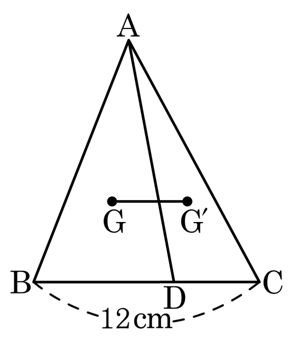
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}x$, $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(36-x)$

$\overline{MP}:\overline{MQ}=7:11$ 이므로

$\frac{1}{2}x:\frac{1}{2}(36-x)=7:11$

$\therefore\ x=14$

12. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 △ABD , △ADC 의 무게중심이다. $\overline{BC}=12\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



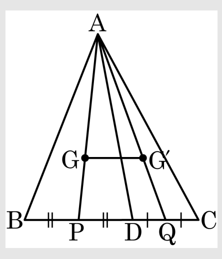
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

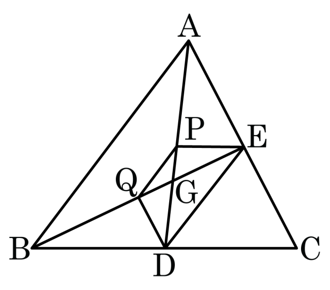
$\overline{AG}$ 와 $\overline{AG'}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 P, Q라고 하면
$\overline{BP}=\overline{PD}$, $\overline{DQ}=\overline{CQ}$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6\,(\text{cm})$

△AGG′ 과 △APQ 에서 $\overline{AG'}:\overline{G'Q}=2:1$, $\overline{AG}:\overline{GP}=2:1$,
∠A 는 공통이므로 △AGG′ ∽ △APQ
$\overline{GG'}:\overline{PQ}=\overline{AG}:\overline{AP}=2:3$ 이므로 $\overline{GG'}:6=2:3$
$3\overline{GG'}=12$
$\therefore \overline{GG'}=4\,(\text{cm})$



13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 P, Q 는 각각 두 중선 $\overline{AD}$,$\overline{BE}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 48\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square DEPQ$ 의 넓이를 구하면?



① $7\,\mathrm{cm}^2$　② $9\,\mathrm{cm}^2$　③ $10\,\mathrm{cm}^2$
④ $12\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $13\,\mathrm{cm}^2$

해설

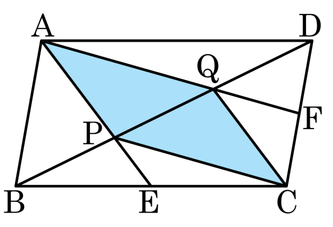
$\triangle PQG = \frac{1}{16}\triangle GAB = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3} \times 48 = 1(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle GQD = \triangle PGE = \frac{1}{4}\triangle GBD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 48 = 2(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle GDE = \frac{1}{4}\triangle ABG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 48 = 4(\mathrm{cm}^2)$

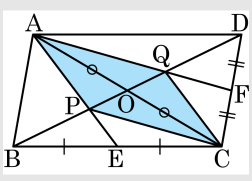
$\therefore \square DEPQ = 1 + 2 + 2 + 4 = 9(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 변 BC , CD 의 중점을 각각 E , F 라 하고, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 □APCQ 의 넓이의 몇 배인지 구하면?



① 5 배　② 4.5 배　③ 4 배　④ 3 배　⑤ 2.5 배

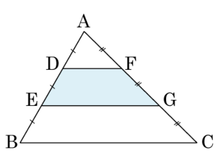
해설



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$, 두 점 P, Q 는 두 중선의 교점이므로 각각 △ABC 와 △ACD 의 무게중심이다.

따라서 □APCQ = △APC + △AQC = $\frac{1}{3}$(△ABC + △ACD) = $\frac{1}{3}$□ABCD 이므로 평행사변형 ABCD 의 넓이는 □APCQ 의 넓이의 3 배이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 삼등분점을 각각 D, E 와 F, G 라 하고, $\square EBCG$ 의 넓이가 $a\text{cm}^2$ 일 때, $\square DEGF$ 의 넓이를 a 를 사용한 식으로 나타내어라.



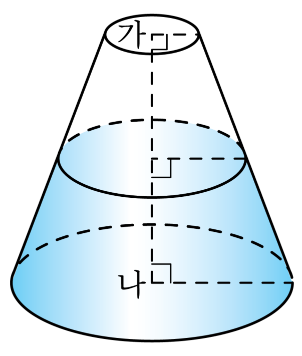
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}a$

해설

$\triangle ADF : \triangle AEG : \triangle ABC = 1 : 4 : 9$ 이므로
$\triangle ADF : \square DEGF : \square EBCG = 1 : (4-1) : (9-4) = 1 : 3 : 5$
$\therefore$ ($\square DEGF$의 넓이) $= \frac{3}{5}\square EBCG = \frac{3}{5}a$

16. 그림과 같이 밑면 (가), (나) 의 넓이가 $4\pi\text{cm}^2$, $36\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대의 부피가 $14\pi\text{cm}^3$ 일 때, 아래쪽 원뿔대의 부피를 구하면?



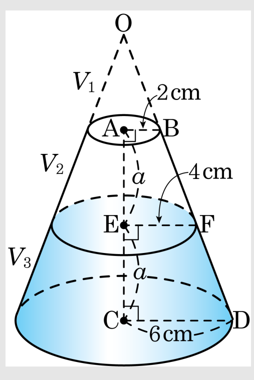
① $14\pi\text{cm}^3$ ② $22\pi\text{cm}^3$ ③ $30\pi\text{cm}^3$
④ $38\pi\text{cm}^3$ ⑤ $46\pi\text{cm}^3$

해설

$(\overline{\text{AB}})^2\pi = 4\pi$ 에서 $\overline{\text{AB}} = 2\text{cm}$, $(\overline{\text{CD}})^2\pi = 36\pi$ 에서 $\overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이다.

또 $\overline{\text{AB}}//\overline{\text{EF}}//\overline{\text{CD}}$ 이고 $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{EC}}$ 이므로 $\overline{\text{EF}} = \frac{1}{2}(2+6) = 4\text{cm}$ 이고

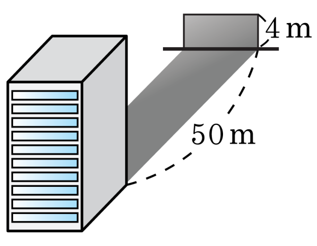
$\overline{\text{OA}} : \overline{\text{OE}} = 2 : 4 = 1 : 2$ 이므로 $\overline{\text{OA}} = \overline{\text{AE}}$ 이다.
$\triangle\text{OAB}$, $\triangle\text{OEF}$, $\triangle\text{OCD}$ 를 각각 $\overline{\text{OC}}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 8 : 27$ 이다.



따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의부피를 각각 V , V , V 라고 하면
$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : (2^3 - 1) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$ 이다.

따라서 $V_3 = \frac{19}{7} \times V_2 = \frac{19}{7} \times 14\pi = 38\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

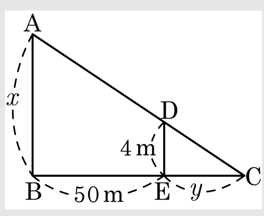
17. 빌딩의 그림자가 그림과 같이 일부는 벽에 드리워져 있다. 이 빌딩의 높이를 알기 위해 2 m짜리 막대를 세워보았더니 그림자의 길이가 3 m가 되었다. 빌딩의 높이는 어느 정도인가?



① 약 35 m ② 약 37 m ③ 약 40 m

④ 약 42 m ⑤ 약 44 m

해설



$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ 이므로

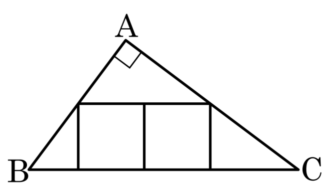
$2 : 3 = x : 50 + y = 4 : y$ 에서

$2 : 3 = 4 : y \quad \therefore y = 6(m)$

$2 : 3 = x : 56 \quad \therefore x = \frac{112}{3} \fallingdotseq 37.3(m)$

따라서 빌딩의 높이는 약 37(m)

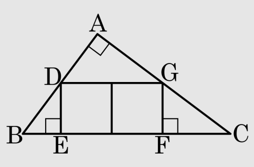
18. 다음 그림에서 크기가 같은 정사각형 2 개가 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 안에 내접하고 있다. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{180}{49}$

해설



정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 $\overline{DE} = \overline{GF} = x$, $\overline{DG} = \overline{EF} = 2x$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle A = \angle BED = 90°$, $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{DB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{CA}$ 를 이용하여 $\overline{BE}$ 를 구하면

$\overline{BE} : 9 = x : 12$

$\therefore\ \overline{BE} = \frac{3}{4}x$

$\triangle GFC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle A = \angle GFC = 90°$, $\angle C$ 가 공통이므로

$\triangle GFC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$\overline{GF} : \overline{BA} = \overline{FC} : \overline{AC} = \overline{GC} : \overline{BC}$ 를 이용하여 $\overline{FC}$ 를 구하면

$x : 9 = \overline{FC} : 12$

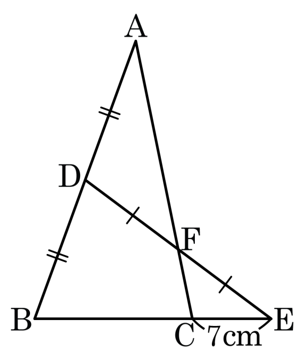
$\therefore\ \overline{FC} = \frac{4}{3}x$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 15$

$\frac{3}{4}x + 2x + \frac{4}{3}x = 15$

$\therefore\ x = \frac{180}{49}$

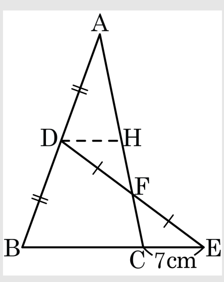
19. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 이다. $\overline{CE} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

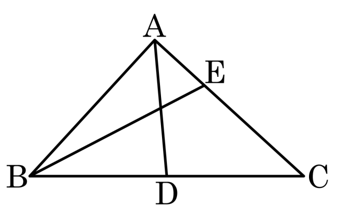
▷ 정답: 14 cm

해설



점 D 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행인 직선과 $\overline{AC}$ 와의 교점을 H 라고 하면 $\triangle DFH \equiv \triangle EFC$(SAS합동) 이므로 $\overline{DH} = \overline{CE} = 7(\,\mathrm{cm})$
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 2\overline{DH} = 14(\,\mathrm{cm})$

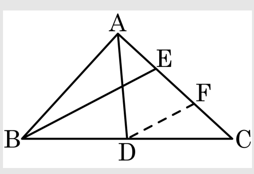
20. $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AC}$ 위의 점 E 에 대해 $\angle DAE = \angle BEA$ 이고, $\overline{BE}$ 의 길이가 10 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이가 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 D 를 지나고 선분 BE 와 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 F 라 두면,

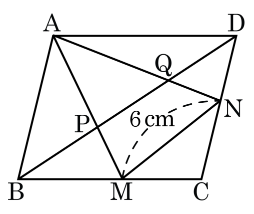
$\triangle CBE$ 에서 중점연결 정리에 의해,

$\overline{CF} = \overline{EF}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE}$

$\triangle ADF$ 는 이등변삼각형이므로, $\overline{AD} = \overline{DF}$

$\therefore\ \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE} = 5$

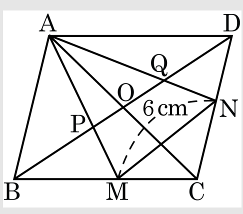
21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{\mathrm{BC}}, \overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{MN}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설



$\overline{\mathrm{AC}}$ 와 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 교점을 O 라고 하면 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$ 이다.
$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AM}}, \overline{\mathrm{BO}}$ 는 중선이므로 점P 는 무게중심이다.

$\overline{\mathrm{PO}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{BO}} \cdots$ ㉠

점Q 도 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 무게중심이므로

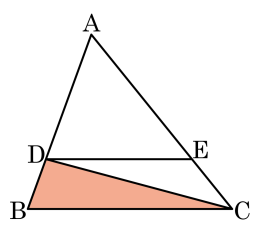
$\overline{\mathrm{QO}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{DO}} \cdots$ ㉡

$\triangle\mathrm{BCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{MN}} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{3} \times 2\overline{\mathrm{MN}} = \frac{1}{3} \times 2 \times 6 = 4(\mathrm{cm})$

22. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{DE}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}}$: $\overline{\mathrm{DB}}$ $=5$: 2이다. $\triangle \mathrm{ADE}$ 의 넓이가 $25\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{DBC}$ 의 넓이는?



① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $11\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $13\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $14\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{ADE} \backsim \triangle \mathrm{ABC}$

(넓이의 비) $= 5^2 : 7^2$

$25 : \triangle \mathrm{ABC} = 25 : 49$

$\triangle \mathrm{ABC} = 49(\mathrm{cm}^2)$

$\square \mathrm{DBCE} = \frac{24}{49} \triangle \mathrm{ABC} = \frac{24}{49} \times 49 = 24(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle \mathrm{CED} : \triangle \mathrm{DBC} = 5 : 7$ 이므로

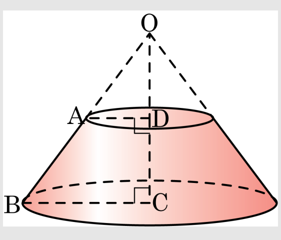
$\therefore \ \triangle \mathrm{DBC} = \frac{7}{12} \square \mathrm{DBCE} = \frac{7}{12} \times 24 = 14(\mathrm{cm}^2)$

23. 모선의 길이가 10 , 윗면의 반지름의 길이가 6 , 아랫면의 반지름의 길이가 12 , 높이가 8 인 원뿔대의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 672π

해설



주어진 원뿔대는 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 를 변 CD 를 축으로 회전하여 만든 도형이다.
삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1 : 2 의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 1 : 8 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (12 \times 12 \times \pi) \times 16 = 768\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $768\pi \times \frac{7}{8} = 672\pi$ 이다.

24. 실제 거리가 $200\,\mathrm{m}$ 인 두 지점 사이의 거리를 $4\,\mathrm{cm}$ 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 $15\,\mathrm{km}^2$ 인 땅의 넓이를 구하여라.

① $6000\,\mathrm{cm}^2$ ② $6500\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7000\,\mathrm{cm}^2$
④ $7500\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8000\,\mathrm{cm}^2$

해설

(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$
(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$
$1 : 25000000 = x : 150000000000$
$x = 6000\ \left(\mathrm{cm}^2\right)$