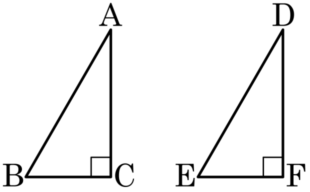
1. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{BC}=\overline{EF},\ \overline{AC}=\overline{DF}$

② $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{AC}=\overline{DF}$

③ $\overline{AB}=\overline{DE},\ \angle A=\angle D$

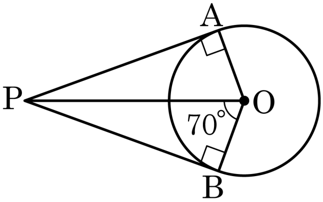
④ $\angle B=\angle E,\ \angle A=\angle D$

⑤ $\angle B=\angle E,\ \overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

2. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?



① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $140°$

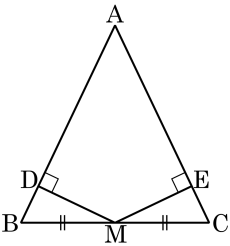
해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)이므로

$\angle POA = 70°$

$\therefore \ \angle APB = 40°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$ ② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$ ④ $\angle BDM=\angle CEM$

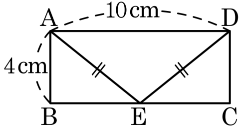
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

4. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}:\overline{BE}$는?



① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4

④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

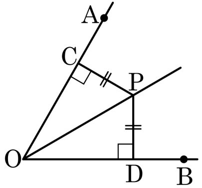
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$ 이고, $\angle B=\angle C=90°$, $\overline{AE}=\overline{ED}$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.

따라서 $\overline{BE}=\overline{EC}=10\div 2=5(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{AB}:\overline{BE}=4:5$ 이다.

5. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



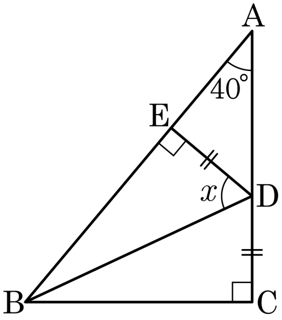
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$는 RHS 합동이다.

6. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90°$, $\angle A = 40°$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

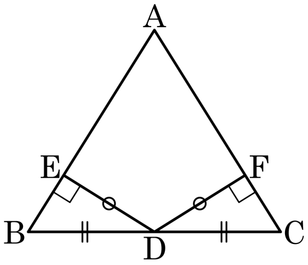


① 45°　② 50°　③ 65°　④ 70°　⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC$(RHS합동) 이므로,
$\angle EBD = \angle CBD = 25°$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65°$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 32°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는 ?



① $52°$　　② $56°$　　③ $58°$　　④ $62°$　　⑤ $64°$

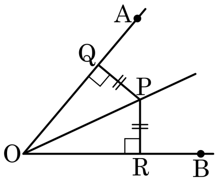
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 58°$

$\therefore \angle A = 180° - 58° \times 2 = 64°$

8. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle QPO = \triangle RPO$ ② $\overline{QO} = \overline{RO}$

③ $\overline{QO} = \overline{PO}$ ④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

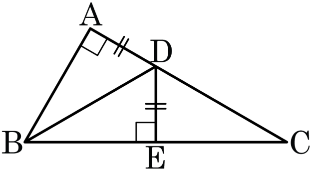
해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.

그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형의 변 $\overline{AC}$ 위의 한 점 D 에서 변 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 E 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이면, $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선임을 증명할 때, 이용되는 합동 조건은?



① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle A = \angle E = 90°$

$\overline{AD} = \overline{ED}$

$\overline{BD}$ 는 공통

$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ (RHS 합동)

$\therefore \angle ABD = \angle DBE$

10. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

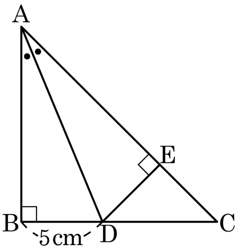
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA =$ (①) ······㉠
> (②) 는 공통 ······㉡
> (③) $= \angle OBP = 90°$ ······㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> ∴ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$ ② $\overline{OP}$ ③ $\angle OAP$
④ RHS ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA =$ ($\angle POB$) ······㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 ······㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ ······㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
∴ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이라고 하고, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 한다. $\overline{BD}=5\,\text{cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)

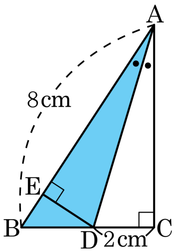
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{ED}$

$\angle ACB=45°$이므로 $\angle EDC=45°$

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{CE}$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CE}=5(\text{cm})$

12. 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{CD} = 2\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** 8 cm^2

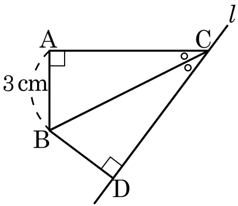
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{ED} = \overline{DC} = 2(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8\ (\text{cm}^2)$

13. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 를 지나는 직선 l 을 $\angle ACB = \angle DCB$ 가 성립하도록 그렸다. 점 B 에서 직선 l 로 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서

$\overline{BC}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠

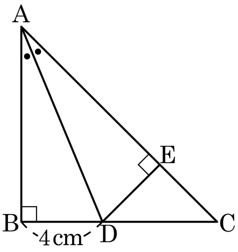
$\angle ACB = \angle DCB \cdots$ ㉡

$\angle CAB = \angle CDB = 90° \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DBC$ (RHA 합동) 이다.

그러므로 $\overline{AB} = \overline{BD} = 3\text{cm}$

14. 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D , D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자. $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $8\,\text{cm}^2$

해설

$\angle C = 45°$ 이므로 $\triangle EDC$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠

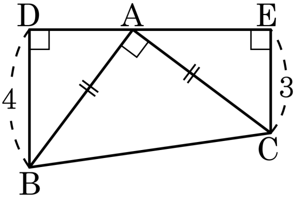
$\angle ABD = \angle AED = 90° \cdots$ ㉡

$\angle BAD = \angle EAD \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)이다.

따라서 $\overline{ED} = \overline{BD} = 4$ 이므로 $\triangle EDC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHS 합동이다.

② $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHA 합동이다.

③ $\angle DAB = \angle ECA$

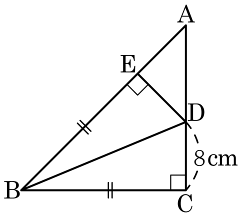
④ $\angle DAB + \angle EAC = 90°$

⑤ $\overline{DE} = 7$

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle D = \angle E = 90°$, $\angle DAB = \angle ECA$ 이므로 RHA 합동이다.

16. 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$일 때, $\triangle AED$의 넓이를 구하여라.



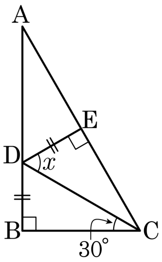
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $32\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45°$이다.
따라서 $\triangle AED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),
$\overline{CD} = \overline{ED}$이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$이다.
그러므로 $\triangle AED$는 밑변 $8\,\text{cm}$, 높이 $8\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32\ (\text{cm}^2)$이다.

17. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발이 E이고 $\overline{BD} = \overline{ED}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

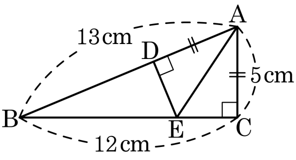
▷ 정답 : 60 °

해설

$\triangle CDB$와 삼각형 $\triangle CDE$는 RHS 합동이다.

$\angle x = \angle CDB$이므로 $\angle x = 60°$

18. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 18cm ⑤ 20cm

해설

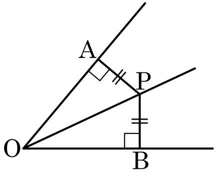
$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로

$\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{AC}$ $\therefore \overline{BD} = 8\text{cm}$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE} + \overline{BE} = \overline{EC} + \overline{BE} = \overline{BC} = 12\text{cm}$ 이므로

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$= 8 + 12 = 20(\text{cm})$

19. 다음의 도형에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



> (증명)
> $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO=\angle PBO=90°$이고,
> ㉡ $\overline{PA}=\overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
> $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.
> 그러므로 ㉣ $\angle POA=\angle POB$이다.
> 따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

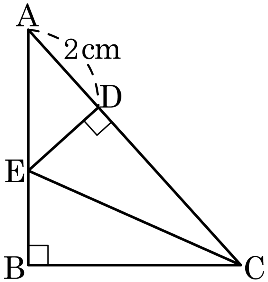
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO=\angle PBO=90°$이고, ㉡ $\overline{PA}=\overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉣ $\angle POA=\angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

20. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



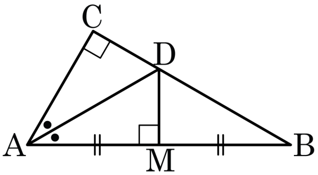
▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 2 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$ (RHS 합동) 이므로
$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\,(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?

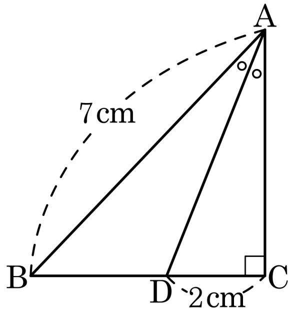


① 26° ② 28° ③ 30° ④ 32° ⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90^\circ \cdots$ ㉠
$\overline{MD}$ 는 공통$\cdots$ ㉡
$\overline{AM} = \overline{BM} \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$(SAS합동)
$\therefore \angle DAM = \angle B \cdots$ ㉣
$\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \cdots$ ㉤
㉣,㉤에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$
$\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90^\circ$ 이므로 $3\angle B = 90^\circ$ $\therefore \angle B = 30^\circ$

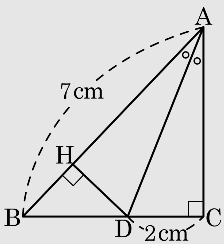
22. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2　② 6cm^2　③ 7cm^2　④ 8cm^2　⑤ 9cm^2

해설

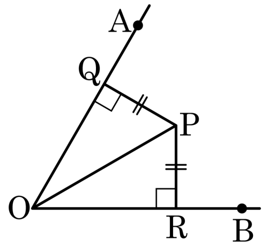
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

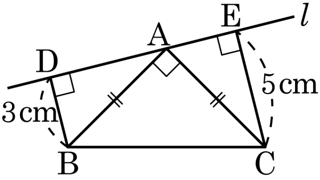
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\dfrac{15}{2}$ cm^2

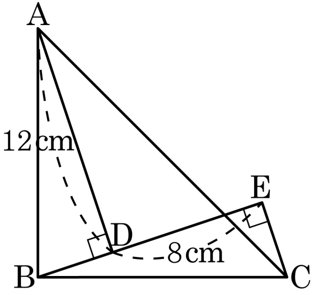
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로

$\overline{AD} = \overline{CE} = 5(cm)$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 5 = \dfrac{15}{2}(cm^2)$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 7cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = \angle BCE$

$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA 합동)

$\overline{BD} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{DE} = 12 - 8 = 4\,(\mathrm{cm})$