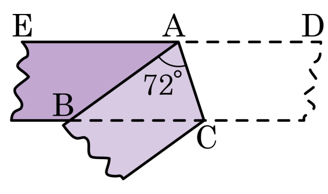
1. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



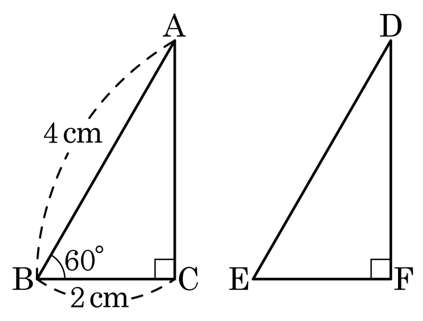
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 합동일 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : cm

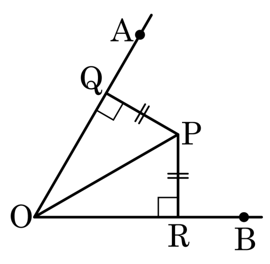
▶ 답 : °

▷ 정답 : $\overline{DE} = 4$ cm

▷ 정답 : $\angle D = 30$ °

해설
대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.
$\therefore \ \overline{DE} = \overline{AB} = 4(\text{cm}), \angle D = 30°$

3. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

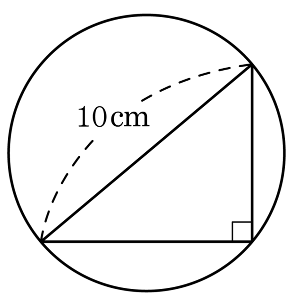
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

4. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



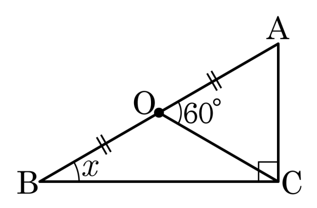
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

(외접원의 반지름의 길이) $= \dfrac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$

$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

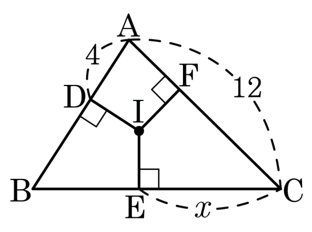
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$x + x = 60°$

$\therefore x = 30°$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



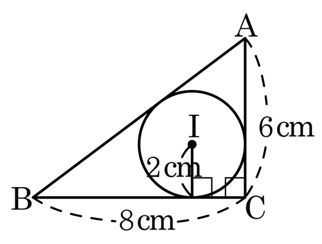
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$이다.
따라서 $4 + x = 12$이므로 $x = 8$이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, $\triangle$ABC 는 직각삼각형일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

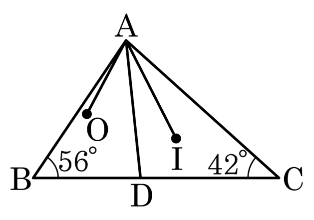
▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle$ABC 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABD 의 외심이고 점 I 는 $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 56°$, $\angle C = 42°$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle OAI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 55 °

해설

$\angle OAD = (180° - 56° \times 2) \div 2 = 34°$

$\angle IAD = 42° \div 2 = 21°$

$\therefore \angle OAI = 34° + 21° = 55°$

9. 다음 조건 중에서 사각형 ABCD 는 평행 사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

③ $\angle B + \angle C = 180°, \angle A + \angle B = 180°$

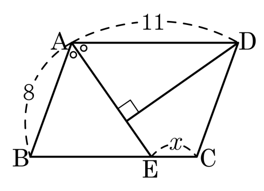
④ $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$(점 O는 대각선의 교점이다.

⑤ $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}//\overline{DC}$

해설

① 반례는 등변사다리꼴이 있다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

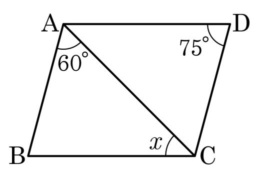
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 11$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{AEB}$ (엇각)

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}} = 8$

$\therefore\ x = 11 - 8 = 3$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?

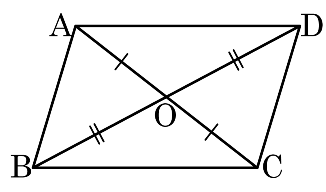


① $30°$ ② $35°$ ③ $40°$
④ $45°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle BCA = \angle CAD$ 이고,
$\angle BAD + \angle ADC = 180°$,
$60° + \angle ACB + 75° = 180°$,
$\angle ACB = 180° - 60° - 75° = 45°$
$\therefore\ \angle x = 45°$

12. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

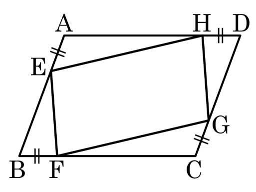


[가정] ▱ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{\text{ㄱ}}$
[결론] $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[증명] △OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{\text{ㄱ}}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{\text{ㄴ}}$)
따라서 △OAB ≡ △OCD ($\boxed{\text{ㄷ}}$ 합동) 에서
$\angle OAB = \boxed{\text{ㄹ}}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\boxed{\text{ㅁ}} = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 ▱ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{OD}$　　② ㄴ : 맞꼭지각　　③ ㄷ : SAS
④ ㄹ : $\angle OCD$　　⑤ ㅁ : $\angle ODA$

해설
$\angle OAD = \angle OCB$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

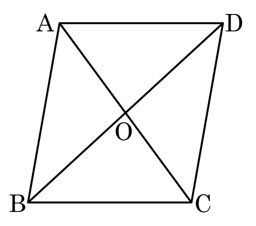
④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)
$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)
$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

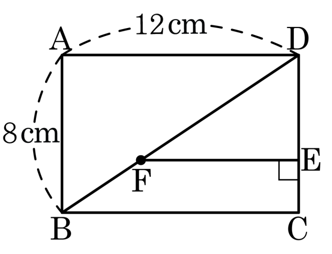
14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 하자. $\triangle AOD = 18cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① $36cm^2$ ② $54cm^2$ ③ $72cm^2$
④ $90cm^2$ ⑤ $108cm^2$

해설
$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.
$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.
그러므로 평행사변형 ABCD 는 $72cm^2$ 이다.

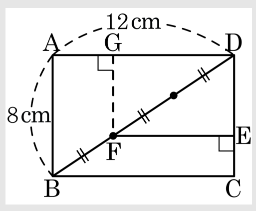
15. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 12cm$, $\overline{AB} = 8cm$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{DC}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{FE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.



$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GD} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 8(cm)$

따라서 $\overline{FE} = \overline{GD} = 8(cm)$

16. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 90° 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

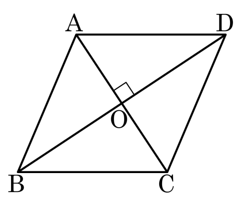
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

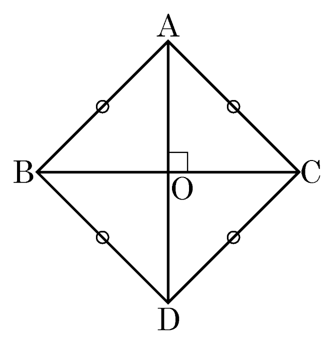
17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설
마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이면 평행사변형 ABCD 는 마름모가 된다.

18. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} // \overline{CD}$	㉡ $\overline{AD} = \overline{BC}$
㉢ $\angle B + \angle D = 180°$	㉣ $\overline{BC} = \overline{CD}$
㉤ $\angle ABO = \angle CBD$	㉥ $\angle A = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

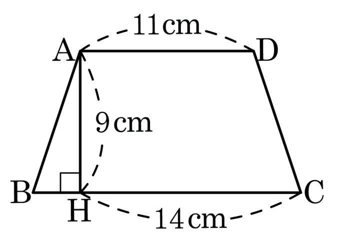
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

마름모가 정사각형이 될 조건
두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC} = \overline{BD}$
한 내각이 $90°$ 이다. → ㉥ $\angle A = 90°$

19. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AH} = 9\text{cm}$, $\overline{AD} = 11\text{cm}$, $\overline{CH} = 14\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 126 cm^2

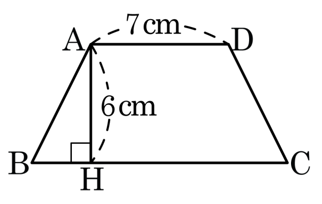
해설

$\overline{BH} = \overline{HC} - \overline{AD} = 14 - 11 = 3(\text{cm})$

$\overline{BC} = 3 + 14 = 17(\text{cm})$

$\therefore$ (넓이) $= (11 + 17) \times 9 \times \frac{1}{2} = 126(\text{cm}^2)$

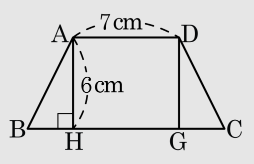
20. □ABCD 는 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 그림에서 $\triangle ABH = 9cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

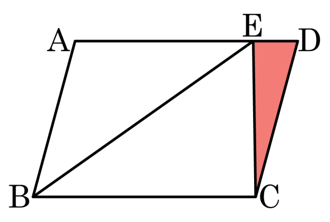
해설

$\triangle ABH = 9cm^2$ 이므로 $\overline{BH} = 3(cm)$
이때, 꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하면 $\overline{BH} = \overline{GC}$ $\overline{GC} = 3(cm)$



따라서 $\overline{BC} = 3 + 7 + 3 = 13(cm)$

21. 다음 그림과 같이 넓이가 $100\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{DE}} = 4 : 1$ 일 때 $\triangle\mathrm{ECD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $10\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$, $\triangle\mathrm{EBC}$ 의 높이는 모두 같다.
$\overline{\mathrm{AE}} + \overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로, $\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{ECD} = \triangle\mathrm{EBC}$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{ECD} = 50\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\triangle\mathrm{ECD} : \triangle\mathrm{ABE} = 1 : 4 = 10\mathrm{cm}^2 : 40\mathrm{cm}^2$
$\therefore \triangle\mathrm{ECD} = 10\mathrm{cm}^2$

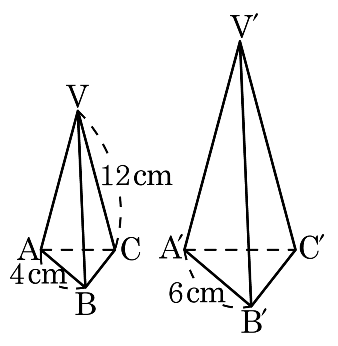
22. 다음 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 있는 것은?

① 두 삼각기둥　② 두 사각뿔　③ 두 정사면체
④ 두 직육면체　⑤ 두 오각뿔

해설

정사면체는 모든 면이 정삼각형으로 이루어져 있으므로 항상 닮은 도형이다.

23. 다음 그림에서 두 삼각뿔 V－ABC 와 V′－A′B′C′ 는 닮은 도형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{VC} = 12\text{cm}$, $\overline{A'B'} = 6\text{cm}$, $\angle ACB = 52°$ 일 때, $\overline{V'C'}$ 의 길이와 $\angle A'C'B'$ 의 크기를 바르게 묶어둔 것은?



① 16cm, 50°
② 16cm, 52°
③ 17cm, 52°
④ 18cm, 50°
⑤ 18cm, 52°

해설

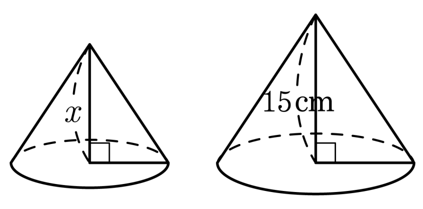
$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{VC} : \overline{V'C'}$

$4 : 6 = 12 : \overline{V'C'}$

$4\overline{V'C'} = 72$, $\overline{V'C'} = 18(\text{cm})$

$\angle A'C'B' = \angle ACB = 52°$

24. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형이고, 각각의 밑면인 원의 원주의 길이가 각각 16πcm, 20πcm 일 때, 작은 원뿔의 높이 x를 구하여라.



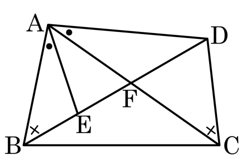
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 12 cm

해설

밑면의 둘레가 각각 16π cm, 20π cm 이므로 밑면의 반지름의 길이는 각각 8cm, 10cm 이다. 두 원기둥이 서로 닮은 도형이므로 밑면의 반지름의 길이의 비는 높이의 비와 같으므로 $8 : 10 = x : 15$, $x = 12$ cm 이다.

25. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



① $\triangle ABE$　② $\triangle ADC$　③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$　⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로

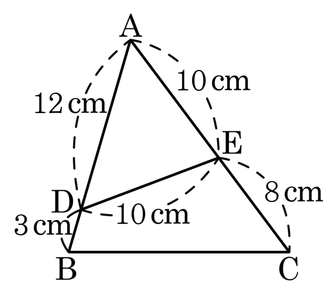
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

26. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?

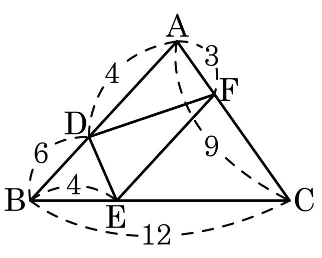


① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

$\angle A$ 가 공통이고,
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 3 : 2$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)
$3 : 2 = \overline{BC} : 10$
$\overline{BC} = 15(cm)$

27. 다음 그림의 $\overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FD}$ 중에서 $\triangle ABC$ 의 변에 평행한 선분을 구하여라.



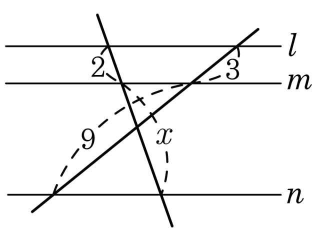
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{EF}$

해설

$\overline{CA} : \overline{FA} = \overline{CB} : \overline{EB}$, $9 : 3 = 12 : 4$ 가 성립하므로 $\overline{EF} // \overline{AB}$ 이다.

28. 다음 그림에서 세 직선이 $l\,/\!/\,m\,/\!/\,n$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



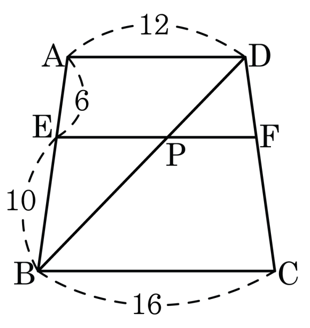
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3:9=2:x$ 이므로 $x=6$

29. 다음 그림에서 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 일 때, $\overline{EP} - \overline{PF}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

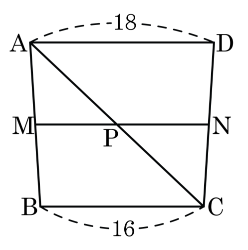
해설

$10 : 16 = \overline{EP} : 12 \quad \therefore \overline{EP} = \frac{15}{2}$

$6 : 16 = \overline{PF} : 16 \quad \therefore \overline{PF} = 6$

$\therefore \overline{EP} - \overline{PF} = \frac{15}{2} - 6 = \frac{3}{2}$

30. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 이다. 점 M, N 이 각각 $\overline{AB}, \overline{DC}$ 의 중점일 때, $\overline{MP}$ 의 길이를 a , $\overline{PN}$ 의 길이를 b , $\overline{MN}$ 의 길이를 c 라고 할 때 $a+b+c$ 를 구하여라.



① 30　② 32　③ 34　④ 36　⑤ 38

해설

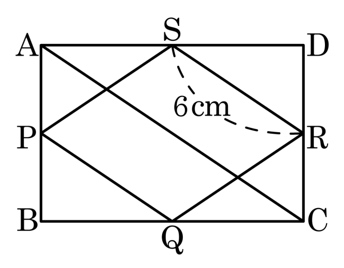
$\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$,

$\overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$,

$\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 8 + 9 = 17(\text{cm})$,

$\therefore a+b+c = 34$

31. 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점 $\mathrm{P, Q, R, S}$ 를 연결한 □PQRS 는 마름모이다. □PQRS 의 한 변의 길이가 6cm 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는?

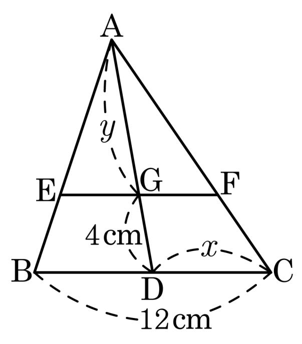


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{SR}} = 2 \times 6 = 12(\mathrm{cm})$

32. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\frac{x}{y}$의 값은?



① 0.35 ② 0.5 ③ 0.75 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

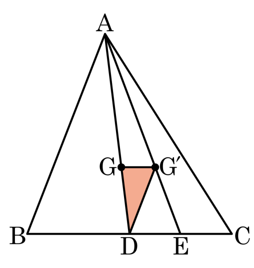
$\overline{BD} = \overline{CD} = x(\text{cm})$이므로 $x = 6$

$2 : 1 = y : 4$

$y = 8$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{6}{8} = 0.75$

33. 점 G, G′ 는 $\triangle$ABC, $\triangle$ADC 의 무게중심일 때, $\triangle$GDG′ 의 넓이는 $\triangle$ABC 의 넓이의 몇 배 인가?



① $\frac{1}{6}$ 배 ② $\frac{1}{12}$ 배 ③ $\frac{1}{18}$ 배
④ $\frac{1}{36}$ 배 ⑤ $\frac{1}{42}$ 배

해설

$$\begin{aligned}\triangle \mathrm{GDG'} &= \frac{1}{3}\triangle \mathrm{G'AD} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle \mathrm{ADC}\right)\\ &= \frac{1}{9}\left(\frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}\right) = \frac{1}{18}\triangle \mathrm{ABC}\end{aligned}$$

따라서 $\triangle$GDG′ 는 $\triangle$ABC 의 $\frac{1}{18}$ 배